School Level

# Permutations and Combinations

→ The study of permutation and combination with determining the no. of different ways of arranging and selecting of objects out of a given number of objects.

* Permutations : Arrangements
* Combinations : Selections

So, चलो कुछ numbers को arrange कर के देखते हैं, अच्छा!

(1) A को arrange करने का एक तरीका → A यह तो obvious है।

(2) A, B को arrange करने का दो तरीका → AB, BA यह भी easy है।

(3) A, B, C को arrange करने का छह तरीका → ABC, ACB, BCA, BAC, CAB, CBA यह Manageable है।

(4) A, B, C, D को arrange करने का कितना तरीका?
A, B, C, D, E को arrange करने का कितना तरीका?
..........
तो हम यह कहना चाह रहे हैं कि जैसे - जैसे No. of object increase कर रहे हैं, the no. of arrangement also increases इसलिए हमको एक logical basis की जरूरत है हम manually इस तरह नहीं कर सकते।

→ As the number of objects increase, listing all the arrangements and counting them becomes difficult.

→ This difficulty answer due to two major factors:-

(1) Same valid arrangement may be over looked.

(2) Some particular arrangement may be overlooked.

→ Our aim is to count all the valid arrangement and counting them only once.

→ In this chapter, we shall learnt about some basic counting techniques which will be useful in determining the no. of different ways of arranging and selecting objects, without actually listing them.

→ Fundamental Principle of counting technique which will be useful in determining the no. of different ways of arranging & selecting objects, without actually listing them.

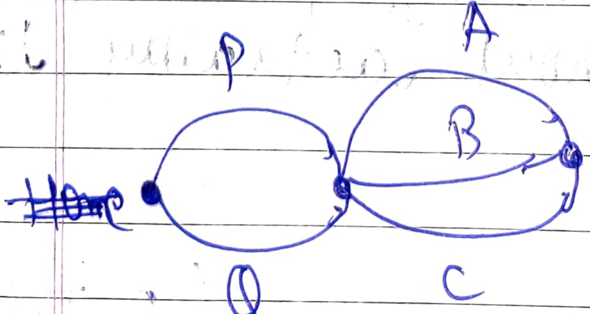
(P.T.O.)

# Fundamental principle of Counting

## (1) Multiplication Rule (AND Rule)

⇒ example से समझो

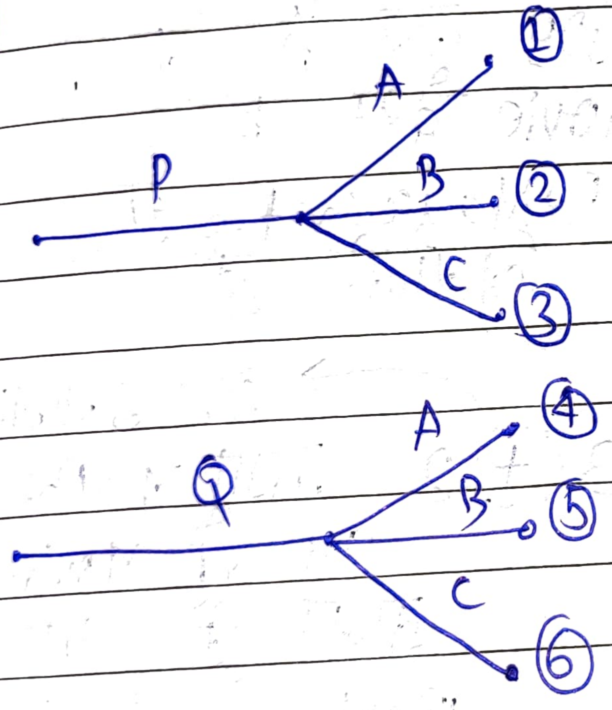
मान लो की आज की शाम enjoy करने का तुम्हारा plan है की तुम सबसे पहले Restaurant में खाना खाओगे उसके बाद Movie देखोगे ; तुम्हारे पास दो Restaurants P & Q का option है & तीन Movie theaters A, B & C का option है।



Restaurant Cinema

= 2 × 3     Multiplication इसलिए लगा क्योंकि Rest. के बाद Movie i.e. Rest. & Movie.

= 6 ways.



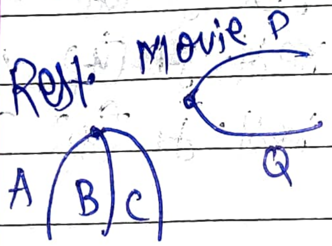

P rest. मे फिर A Cin.
P rest. मे फिर B Cin.
P rest. मे फिर C Cin.
Q rest. मे फिर A Cin.
Q rest. मे फिर B Cin.
Q rest. मे फिर C Cin.

* Multiplication Rule का Keyword है "AND" जब भी किसी question में and का प्रयोग किया हुआ हो वहाँ AND Rule लगाऐं।

(P.T.O.)

## (2) Addition Rule (OR Rule)

उसी पुराना example लो जिसमे तुम्हे 3 rest. और 2 Movie जाने का option था मगर अब तुम्हे अपनी शाम enjoy करने के लिए या तो Movie देख कर बितानी है या Restaurant में खाना खाकर बितानी है।




$= 3 + 2$ → Or इसलिए लगा क्योंकि या तो Movie जाना है या Restaurant जाना है।

In short अगर principle of Counting को summarize करेंगे :-

(1) अगर दो event हैं $E_1$ & $E_2$ और उसको perform करने के 'm' & 'n' ways हैं respectively तो कितने ways मे $E_1$ और $E_2$ दोनों perform हों।

$E_1 \rightarrow m \quad E_2 \rightarrow n$

$E_1$ and $E_2$ = $(m \times n)$ ways

**Multiplication Rule**

(2.) अगर दो event है $E_1$ & $E_2$ और उसको perform करने के m & n ways है respectively तो कितने ways में $E_1$ या तो $E_2$ को perform कर सकते है :-

$E_1 \rightarrow m \quad E_2 \rightarrow n$

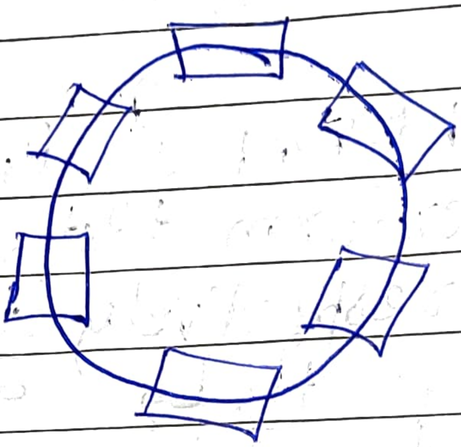
$E_1$ or $E_2$ = $(m + n)$ ways

**Addition Rule**

(P.T.O.)

Q. A room has 7 doors, in how many ways can enter the room through one door and come out through a different door?

Ans:



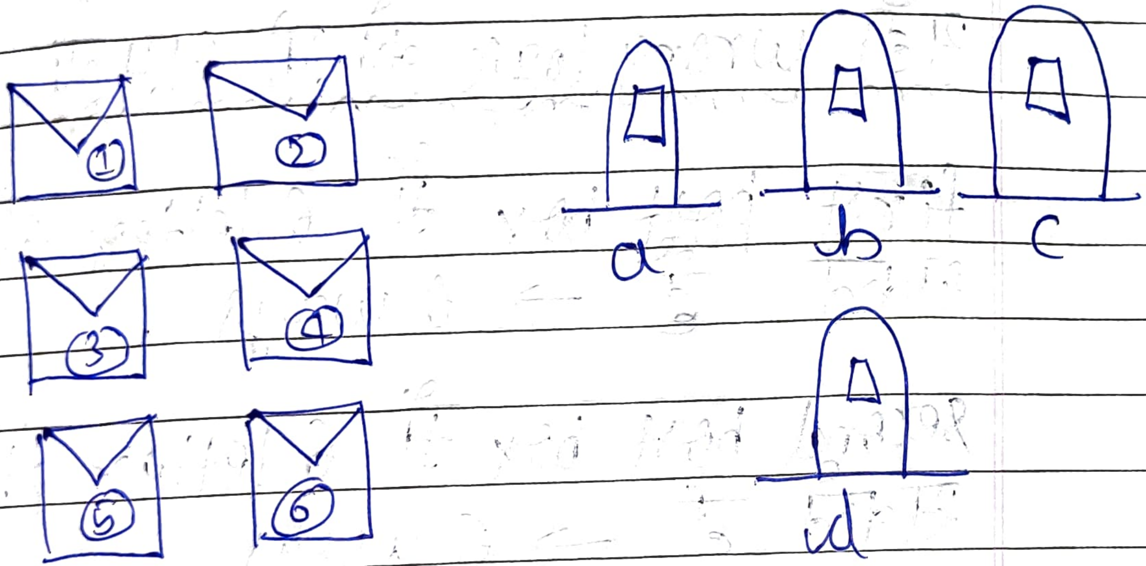
entry करने के लिए 7 door का option। अब जिस door से घुस गया उससे निकलेगा नहीं इसलिए exit के लिए 6 door का option है।

| entry | exit |
| --- | --- |
| ⑦ | ⑥ |

∴ No. of ways of entry & exit
$= 7 \times 6 = 42$ ways.

Q. In how many ways can 6 letters be posted in 4 letter boxes?

Ans:




Correct logic:

हमारे पास छह letters है और चार post box है ठीक!
अब सुनो!

① 1st letter can be posted in 4 ways.
② 2nd letter can be posted in 4 ways
Similarly, ........
3rd, 4th, 5th & 6th letters can be posted in 4 ways.

Hence, all 6 letters can be posted in

$= (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4)$ ways

$= 4^6$ ways

यहाँ wrong logic को भी समझो.

first post box में 6 letter डाल सकते हैं → 6 ways

second post box में 6 letter डाल सकते हैं → 6 ways

third box में & fourth box में similarly → 6 ways.

$= (6 \times 6 \times 6 \times 6)$

$= 6^4$ ways

अब इस problem में गलती समझो कुछ भी no. of combination of letter डाल सकते

है जैसे 1, (1,2), (1,2,3), (2,3), (2,4) .... etc. तो logic की 6 हर post मे ways गलत है हो जाएगा क्योंकी अगर पहले post box मे ही एक से ज्यादा letter हमने डाल दिया तो बचे 3 post box मे 6 ways से letter तो कभी हम डाल ही नही पाएंगे।

एक और भयानक गलती जो इस logic मे हुई है की use of Multiplication (AND) Rule वो इसे की यहाँ पहला post box मे no. of ways of posting letters affect कर रहा है दूसरे post box के ways को।

(P.T.O.)

Q: In a examination, there are three multiple choice questions and each question has 4 choices. Find the no. of ways in which a student can fail to get all answers correct.

Ans: इस question को समझो जितने भी तरह questions के answer करेंगे तो चार broad ways या cases में subdivide होगा।

(i) all wrong & zero correct
(ii) one wrong & three correct
(iii) two wrong & two correct
(iv) ~~one~~ three wrong & one correct

अब question no. of ways पूछा है जिसमें students can fail to get all correct answer.

तो No. of ways of answering three questions

$= 4 \times 4 \times 4 = 64$ ways

* logic यह है की पहले question के पास 4 way, दूसरे के पास 4 way और तीसरे के पास 4 way.

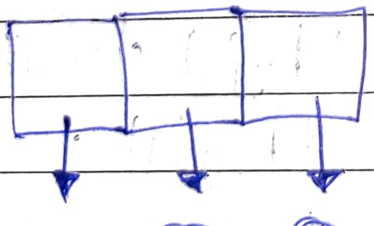
Now, Only one student gets all answers correct.

∴ Number of students who fail to get all correct.

$= 64 - 1 = 63$ ways.

Q. The flag of a newly formed forum is in the form of three block □□□, each to be coloured differently, if there are six different coloured whole to choose from, how many such designs are possible?

Ans:



$6 \times 5 \times 4 = 120$ ways.

First box can be filled in 6 ways (&)
Second box can be filled in 5 ways (&)
Third box can be filled in 4 ways

$$= (6 \times 5 \times 4) \text{ ways.}$$

Q. How many 3-digit no. can be formed from the digits 1, 2, 3, 4, 5.

Ans:

$5 \times 4 \times 3$ → 60 Numbers

Logic used :-

First place को fill करेंगे (&)
Second place को fill करेंगे (&)
Third place को fill करेंगे

तभी 3 digit no. मिलेगा हमें।

**If Repetition allowed**

□ □ □ = $(5 \times 5 \times 5)$

↓ ↓ ↓

5 5 5 = 125 numbers

Q. Find the no. of positive integers greater than 6000 and less than 7000 which are divisible by 5, provided that digit is not to be repeated?

Ans:

$10^3$ $10^2$ $10$ $1$

6 ← □ □ □ □ → 0/5

↓ ↓ ↓ ↓

1 7 8 2

*Thousands place को fill करने का एक way है मतलब यहाँ सिर्फ 6 ही आ सकेगा क्योंकी हमें 6000 से ज्यादा और 7000 से कम Numbers find करना है तो सारे वह नंबर Start होंगे 6 से।

* अब क्योंकी हमें वैसा No.s 4 digit का चाहिए 6000 और 7000 के बीच जो की 5 से divisible हो इसलिए हम 5 का divisibility test के अनुसार last digit को अब fill करेंगे या तो '0' या '5' से।

अब बचे दो जगह को 7 & 8 ways respectively मे भर सकेंगे

$= 1 \times 7 \times 8 \times 2$
$= 16 \times 7$
$= 112$ ways.

Q. A code word is to consist of two distinct english alphabets followed by two distinct no.s between 1 and 9.
(e.g. CA23 is code word)

Ans: __ __ __ __

first two place are to be filled

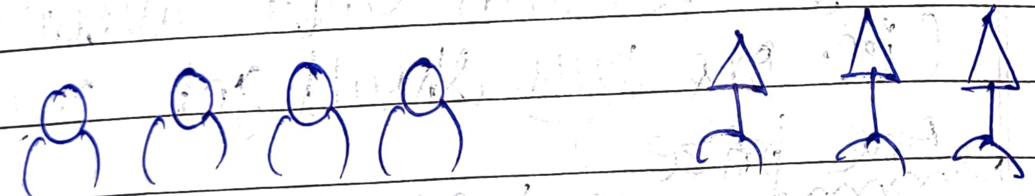
second two place are to be filled with numbers.

26 25 9 8

$= 26 \times 25 \quad 9 \times 8$

Q. In how many ways 3 prizes be distributed among 4 boys when ?

Ans:



अब यहाँ सही logic हमें select करना है।

boys को मों के prize को दिलिएगा X

prize को मों के boys को दिलिएगा ✓

So,

1st prize can be given in '4' ways
2nd prize can be given in '4' ways
3rd prize can be given in '4' ways

* Obviously यहाँ repetition तो allowed है क्यों कि एक student को prize आ सकते है।

$= (4 \times 4 \times 4)$ ways
$= 64$ ways.

{ ways in which first prize & second prize & third prize can be distributed.

* If repetition not allowed (i.e. one boy should get only one prize)

then, $= 4 \times 3 \times 2$
$= 24$ ways

Q. How many no.'s are there between 100 & 1000 which have exactly one of their digits as 7?

Ans: think logically!

Obviously 100 और 1000 के बीच जो है तो Number जो है वह 3-digit होगा

digits available
↳ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

___ ___ ___

तो क्योंकि मुझे question मे ऐसे 3 digit no. 100 और 1000 के बीच मे बताने को बोला है जिसमे एक digit 7 है।

तो पहले 7 को place करते है तो seven(7) को place करने के कितने तरीके है - 3 कैसे

7 को आप unit place मे put कर सकते है या tenth place मे put कर सकते है या tenth place मे put कर सकते है या hundredth place मे put कर सकते है।

Case I: When 7 is in unit's place

□ □ □
↓ ↓ ↓
8 8 1

अब हम पहले thousand place को भरने के ways की चर्चा पर बात करेंगे।

अब तुम्हारे मन मे सवाल उठ रहा होगा की हमने unit के बाद hundredth place के लिए क्यो चले गए tenth place को क्यो नही भड़ा; तो इसलिए क्योंकी tenth place मे हम zero fill नही कर सकते क्योंकी उसके बाद resultant number will not be a three digit. it will be a two digit no.

तो अब देखो अब hundredth place मे मै 0 भी नही यूज कर सकता & 7 भी नही यूज कर सकता। इसलिए हमारे पास 8 ways है इस place को fill करने के लिए।

और tenth place को fill करने के भी 8 options होंगे क्योंकी 2 digit already use हो चुके है।

$= 8 \times 8 \times 1$

$= 64$ ways

**Case II : When 7 is in tenth's place.**

| □ | □ | □ |
|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ |
| 8 | 1 | 8 |

तो similarly hundredth place में 7 or 0 नहीं रखेगा इसलिए 8 ways से इसको fill कर सकते है।

और unit's place को remaining 8 digit से यानी 8 ways से fill unit place

$= 8 \times 1 \times 8$

$= 64$ ways

**Case III : when 7 is in hundredth's place**

इस बार hundredth's place में zero नहीं आना चाहिए तो वाला logic काम नहीं करेगा

| □ | □ | □ |
|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ |
| 1 | 9 | 8 |

$= 72$ ways

Date
Page

अब समझो महत्वपूर्ण बात ये जो पिछे हमने तीन case बनाये, उसमें हम (and) करेंगे या (or) करेंगे।

तो देखो logic यह है 7 can be coming in unit's place (or) tenth's place (or) hundredth's place.

finally,

$=(64+64+72)$
$=200$ Numbers.

Q. How many no.'s greater than 1000, but not greater than 4000 can be formed with the digits 0, 1, 2, 3, 4 if :-

(i.) repetition of digits is allowed?
(ii.) repetition of digits is not allowed?

(P.T.O.)

**Ans:** (i) repetition of digits is allowed?

□ □ □ □
↓ ↓ ↓ ↓
3 5 5 5

अब, देखो सबसे पहले thousand's place को भरने की कोशिश की तो मुझे 1000 से बड़ा और 4000 या उससे छोटा number चाहिए इसलिए starting digit के लिए मेरे पास तीन options है i.e. 1, 2, 3

उसके बाद, remaining places में 5 options है क्योंकि repetition of digits is allowed.

**Now,** $= (3 \times 5 \times 5 \times 5) - 1 + 1$

$= 375$ ways

($-1$): 1000 count हो गया इसलिए वह घटा दिए।

($+1$): 4000 count नहीं हुआ था इसलिए वो extra जुड़ेगा।

(ii) repetition of digits is not allowed?

□ □ □ □
↓ ↓ ↓ ↓
3 4 3 2

thousands place को भरने के लिए तीन तरीके है i.e. 1, 2 & 3.
अब एक digit use हो गया, इसलिए hundreds place को भरने के लिए 4 तरीके, so on tenth को भरने के 3 तरीके & unit's place को भरने के 2 तरीके।

$= (3 \times 4 \times 3 \times 2)$

$= 72$ Numbers

* यहाँ पर 1000 और 4000 (occur) नही होगा क्योंकी ~~rest~~ repetition is not allowed इसलिए +1 & −1 नही किए।

Q. There are 4 routes b/w Delhi and Patna. In how many ways can a man go from Delhi to Patna and return, if for returning

(i) any of the routes is taken;
(ii) the same route is taken;
(iii) the same route is not taken?

Ans:

(i) any of the routes is taken

तो जो आदमी है वह कोई भी route ले सकता है Delhi से patna जाने के लिए।

इसलिए Delhi से patna जाने के 4 रास्ते है। और patna से Delhi आने के 4 रास्ते क्योंकि कोई restriction तो नही है की आना इसी specific रास्ते से है।

= 4 × 4 AND इसलिए लगा क्योंकी यह तयशुदा है की आना और जाना।

= 16 ways

(ii) When the same route is taken for returning

इस केस मे जाने के तो चार रास्ते है मगर क्योंकी आना होता है को जिस रास्ते जाए उसी रास्ते आना है इसलिए आने के लिए 1 ways

$= (4 \times 1) = 4$ ways.

(iii) When the same route is not taken for returning

इस केस मे जाने के तो चार रास्ते है मगर अब जिस रास्ते जाएगा उस रास्ते आना नही इसलिए आने के लिए बचे 3 रास्ते।

$= (4 \times 3)$

$= 12$ ways.

Q. There are six multiple-choice questions in an examination. Find the total no. of ways of answering these questions, if the first three questions have 5 choices each and the next three have 4 choices each.

Ans: पहले तीन questions के पास 5 choices हैं। इसलिए हरेक को answer करने के 5 तरीके हैं।

अगले तीन questions के पास 4 choices हैं। इसलिए हरेक को answer करने के 4 तरीके हैं।

∴ The total no. of ways of answering the six questions

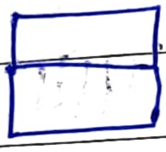
$= (5 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4)$

$= 8000$ ways

(P.T.O.)

Q. Four flags of different colours are given. How many different signals can be generated, if a signal requires the use of two flags, one below the other?

Ans: तो जो total no. of ~~flags~~ signals = No. of ways of filling two flags in succession



~~in it~~ by four flags of diff. colours.

तो जो upper पार्ट है उसको हम भर सकेंगे 4 different ways से।

अब एक flag तो हमने choose कर लिया। इसलिए lower पार्ट को हम भर सकेंगे 3 different ways से।

$= (4 \times 3)$

$= 12$ ways

classmate
Date
Page

Q. Find the number of 4-letter words, with or without meaning, which can be formed out of the letters of the word 'NOSE' when:

(i) the repetition of the letters is not allowed,
(ii) the repetition of the letters is allowed.

Ans: (i) When the repetition of the letters is not allowed

इस case में total no. of words same होगा no. of ways of filling 4 places □□□□ by 4 different letters chosen from N, O, S & E.

□ □ □ □
↓ ↓ ↓ ↓
4 3 2 1

पहली place fill करने के लिए मेरे पास 4 letter available हैं इसलिए 4 ways;
दूसरा place fill करने के लिए मेरे पास 3 letter available है इसलिए 3 ways.

क्योंकि एक letter पहले चुन हो चुका है।
तीसरे place को fill करने के लिए 2 ways क्योंकि 2 letter चुन हो गये
अब चौथे और आखरी place को fill करने के लिए 1 ways

$= (4 \times 3 \times 2 \times 1)$
$= 24.$

Hence, required no. of words = 24

Q. How many words (with or without meaning) of three distinct letters of the English alphabet are there?

Ans: साफ है कि हमें तीन places को अलग-अलग english alphabet से भरना है।

पहला place कोई भी 26 letter से भरा जा सकता है → 26 ways

दूसरा place में बचे हुए 25 letter से भरा जाएगा → 25 ways
तीसरा place में बचे हुए 24 letters से भरा जाएगा → 24 ways

Thus, there are 24 ways to fill the third place.

Hence, $= (26 \times 25 \times 24)$
$= 15600$ ways

Q. How many numbers are there b/w 100 & 1000 in which all the digits are distinct?

Ans: आप जानते हैं की 100 और 1000 के बीच जो भी Number form होगा वह 3-digit number होगा।

तो हमको 3-digit no's बनाने हैं जिसमें हर digit अलग हो।

हम hundred's place पर 0 नहीं रख सकते।

(P.T.O.)

इसलिए hundred's place भराया जा सकता है किसी भी nine digits से namely 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

इसलिए 9 ways of filling the hundred's place.
इसके बाद 9 digit बचे 0 को include कर के।

इसलिए there are 9 ways of filling the ten's place.

अब unit place कोई भी बचे 8 digit से भरा जा सकता है।

Hence,

the required no. of numbers
$= (9 \times 9 \times 8)$
$= 648$ Numbers.

Date
Page

Q. How many ~~8~~ 9-digit numbers of different digits can be formed?

Ans. $P_1$ $P_2$ $P_3$ $P_4$ $P_5$ $P_6$ $P_7$ $P_8$ $P_9$

$P_1$ place can be filled with any of digits from 1 to 9. इसलिए $P_1$ place को भरने के 9 way है।

अब एक digit used इसलिए total digits available for filling is '8'

$P_2$ place can be filled with any of the remaining digits or with 0 so the no. of ways is 9 way

अब दो digit used इसलिए total digits available for filling is '8'

Similarly हर place भरने के बाद एक option घटता जाएगा और ultimately No. of ways कुछ ऐसा आएगा :-

$= (9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2)$
$= 3265920$.

Q. How many no.s b/w 2000 and 3000 can be formed from the digits 2, 3, 4, 5, 6, 7 when repetition of digits is not allowed ?

Ans: साफ है कि 2000 से 8000 के बीच आने वाला नंबर will have 2 at thousand's place इसलिए इस place को fill करने के 1 way only.

अब hundred's place को fill करने के लिए बचे हुए 5 digits का प्रयोग किया जा सकता है इसलिए 5 ways of filling the hundred's place.

Similarly, the ten's place को भरने के 4 तरीके और unit place को भरने के तीन तरीके।

(P. T. O.)

Hence,

The total No. of Required No.s

$= (1 \times 5 \times 4 \times 3) = 60$.

Q How many 3-digit odd numbers can be formed by using the digits 1, 2, 3, 4, 5, 6 when

(i) the repetition of digits is not allowed?

(ii) the repetition of digits is allowed?

Ans: अब एक बात समझो अगर मुझे कोई नंबर odd चाहिए, तो हमें यह पक्का करना होगा की unit's place पर 1, 3 (or) 5 आए

इसलिए 3 ways of filling the unit's place.

(P.T.O.)

Case (ii) when repetition of digits is not allowed

इस case में unit's place को fill करने के बाद ten's place को हम remaining 5 digits से भर सकते हैं इसलिए 5 ways.

अब hundred's place को fill करने के लिए remaining 4 digits से भर सकते हैं इसलिए 4 ways.

∴ Reqd. no. of odd no.s

$= (3 \times 5 \times 4)$

$= 60$ ways.

(P.T.O.)

Case (ii) When repetition of digits ~~not~~ is allowed

क्योंकि digits का repetition allowed है इसलिए unit's place को भरने के बाद हम ten's place को any of the given six digits से भरेंगे। इसलिए 6 ways of filling the ten's place.

Similarly, hundred's place को भरने के भी 6 ways.

Hence, the required no. of odd numbers

$= (3 \times 6 \times 6)$
$= 36 \times 3$
$= 108$ Numbers

(P.T.O)

Date
Page

Q. How many odd numbers less than 1000 can be formed by using the digits 0, 2, 5, 7 when the repetition of digits is allowed?

Ans: क्योंकि हर एक नंबर 1000 से कम होगा; इसलिए required numbers are 1-digit, 2-digit and 3-digit numbers.

One-digit numbers:
साफ है की 2 ही 1-digit No. namely 5 and 7 को बनाया जा सकता है दि गई digits से।

two-digit numbers:
क्योंकि यहाँ सिर्फ दो 1-digit odd no.s है इसलिए हम 5 या 7 unit place पर भर सकते है; इसलिए 2 ways of filling the unit's place.

अब हम 0 ten's place पर use नहीं कर सकते हैं और repetition of digits is not allowed.

इसलिए हम ten's place को fill कर सकते हैं any of the digits 2, 5, 7.
इसलिए there are 3 ways of filling the ten's place.

इसलिए the reqd. type of 2-digit no.'s
$= (2 \times 3) = 6$.

__three-digit numbers:__

अगर मुझे एक 3-digit का odd No. चाहिए तो मुझे 5 या 7 को unit place पर भरना होगा इसलिए मेरे पास सिर्फ 2 ways of filling the unit's place.

हम ten's place को any of the digits 0, 2, 5, 7 से भर सकते हैं।
इसलिए 4 ways of filling the ten's place.

अब हम hundred's place पर 0 नहीं रख सकते. इसलिए, hundred's place को हम किसी भी एक digit 2, 5, 7 and so it can be done in 3 ways.

∴ required no. of 3-digit numbers

$= (2 \times 4 \times 3)$
$= 24$ ways.

Hence,

the total no. of required type of numbers

$= (2 + 6 + 24)$
$= 32$

Q. How many numbers are there between 100 and 1000 such that at least one of their digits is 7?

Ans: साफ है की Numbers 100 से 1000 के बीच 3 digit का numbers पाया जाएगा।
इसलिए हमें 3-digit का नंबर बनाना है ऐसे की कम से कम एक digit उनमें 7 होगा।

Case I: Three digit numbers with 7 at unit's place.

hundred's place को भरने के तरीके = 9
[1 से 9 के कोई भी digit से]

ten's place को भरने के तरीके = 10
[1 से 9 के कोई भी digit से]

unit's place को भरने के तरीके = 1
[सिर्फ 7 भर सकते हैं]

∴ Number of such no.s
$= (9 \times 10 \times 1) = 90$

**Case II :** Three digit numbers with 7 at ten's place.

hundred's place को भरने के ways = 9
[ 1 से 9 के कोई भी digit से भरेंगे ]

ten's place को भरने के ways = 1
[ सिर्फ 7 भर सकेंगे ]

unit's place को भरने के तरीके = 10
[ 0 से 9 के कोई भी digit से भरेंगे ]

∴ the numbers of such numbers

$= (9 \times 1 \times 10)$
$= 90$

(P.T.O.)

Case III : Three digit numbers with 7 at hundred's place.

hundred's place को भरने के ways = 1
[ 7 से सिर्फ भरेंगे ]

ten's place को भरने के ways = 10
[ 0 से 9 के कोई digit से भरेंगे ]

unit's place को भरने के ways = 10
[ 0 से 9 के कोई digit से भरेंगे ]

∴ the numbers of such numbers

$= (1 \times 10 \times 10) = 100$

Hence,

the total number of required numbers

$= (90 + 90 + 100)$

$= 280.$

Q. How many numbers are there between 100 and 1000 such that every digit is either 2 or 9?

Ans: साफ है कि 100 से 1000 के बीच 3-digit numbers होंगे।

इसलिए 3-digit no.'s form करेंगे using 2 & 9.

साफ है की repetition of digit allow है।

हरेक units, ten's & hundred's place को 2 way से भर सकता हैं।

Hence,

the required no. of numbers

$= (2 \times 2 \times 2)$

$= 8$

Q. How many 3-digit numbers can be formed can be formed without using the digits 0, 2, 3, 4, 5 and 6 ?

Ans: साफ है कि clearly हमें 3-digit no's बनाना है 1, 7, 8 & 9 digits से और repetition of digit is allowed.

साफ है की हरेक unit's, ten's & thousand's places को fill कर सकते by any of the digits 1, 7, 8, 9 i.e in 4 ways.

Hence,

No. of reqd. no.'s $= (4 \times 4 \times 4)$
$= 64.$

Q. There are 10 buses running between Delhi and Agra. In how many ways can a man go from Delhi to Agra and return by a different bus?

**Ans:** अब दिल्ली से आगरा जाने के 10 routes हैं, इसलिए वो कोई भी एक route से जा सकेगा इसलिए 10 ways

अब question मे दिया है कि जिस Route से जाएगा उसी Route से नही आएगा; इसलिए अब जब वह आगरा से दिल्ली वापस आएगा तो उसके पास आने के (10 − 1) Routes है i.e. 9 ways

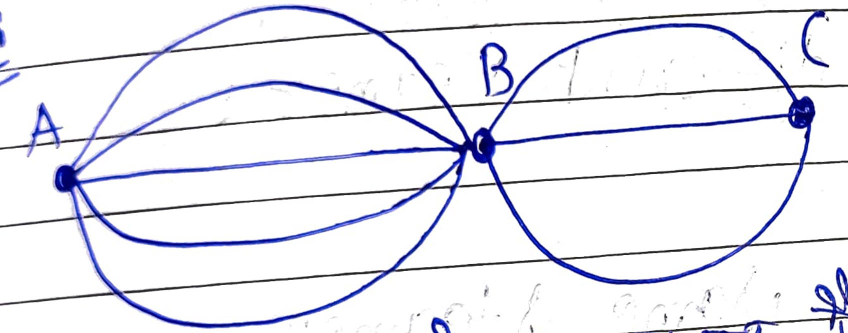
$= (10 \times 9)$ → Delhi to Agra & Agra to Delhi

$= 90$ ways

classmate
Date
Page

Q. A, B and C are three cities. There are 5 routes from A to B and 3 routes from B to C. How many different routes are there from A to C via B?

Ans:




Logic : A से B जाना है (4)
B से C जाना है

When we want to go from A to B
= ~~A~~ 5 ways

When we want to go from B to C
= 3 ways

∴ No. of different ways / routes are there from A to C via B

= (5 × 3) ways
= 15 ways

Date
Page

Q There are 12 steamers plying between A and B. In how many ways could the round trip from A be made if the return was made on:-
(i.) the same steamer?
(ii.) a different steamer?

Ans:

(i.) the same steamer

अगर मुझे A से B जाना है तो मेरे पास 12 steamers का option है इसलिए 12 ways है अब वापस तो उस को same steamer पे ही आना है इसलिए 1 ways to return from B to A.

$= 12 \times 1$

$= 12$ ways.

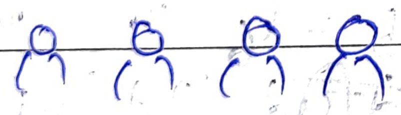
(ii) a different steamer

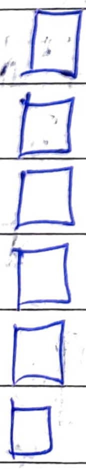
अब A से B जाने के लिए अभी भी 12 steamers का option है इसलिए 12 ways होगा।
अब वापस B से A आने के लिए उसके पास (12 − 1) ways हैं क्योंकि हमें different route से return करना है।

$= 12 \times 11$
$= 132$ ways

Q. In how many ways can 4 people be seated in a row containing 6 seats?

Ans:





अब यहाँ पर सही logic को चुनाव करना चुनौती है
चुनौती यह है की 4 person हैं और 6 seats हैं

अब हम person से पूछेंगे की
seat (कुर्सी) से पूछेंगे

अगर मान लो हम कुर्सी से
पूछने लगे तो हमारे पास 6

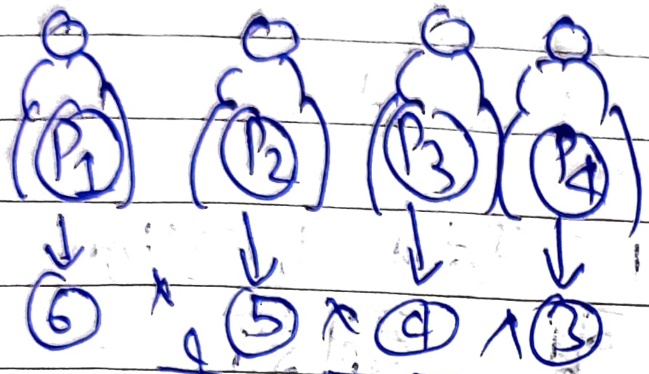
$C_1$ $C_2$ $C_3$ $C_4$ $C_5$ $C_6$

[4] [3] [2] [1] [ ] [ ]

कुर्सी है $C_1$ पर 4 लोग बैठ सकते
या एक बैठ गया 3 बचे
अब $C_2$ पर 3 लोग बैठ सकते है
एक बैठ गए अब 2 बचे
अब $C_3$ पर 2 लोग बैठ सकते हैं
एक बैठ गए अब 1 बचे
अब $C_4$ पर 1 बचे लोग बैठ
सकेगी।
मगर $C_5$ & $C_6$ तो person के
बैठने से वंचित रह गए अब हम
को यह थोड़ी ना पता है की
यही 4 कुर्सी मे बैठेंगे हर
बार लोग हो सकता है
$C_5$ & $C_6$ मे भी बैठे तो यह
एक incorrect या ambigous
logic है।

अब हम persons से पूछने की कोशिश करते हैं :—

6 chairs




$P_1$ person के पास 6 seat मे बैठने का मौका है उसने किसी एक पसंद की सीट पकड़ ली;
अब बचे 5 chair
$P_2$ person के पास 5 seat मे बैठने का मौका है उसने किसी एक पसंद की सीट पकड़ ली;
$P_3$ person के पास 4 seat मे बैठने का मौका है उसने किसी एक पसंद की सीट पकड़ ली;
$P_4$ person के पास 3 seat मे बैठने का option है उसने किसी एक पसंद की सीट पकड़ ली।

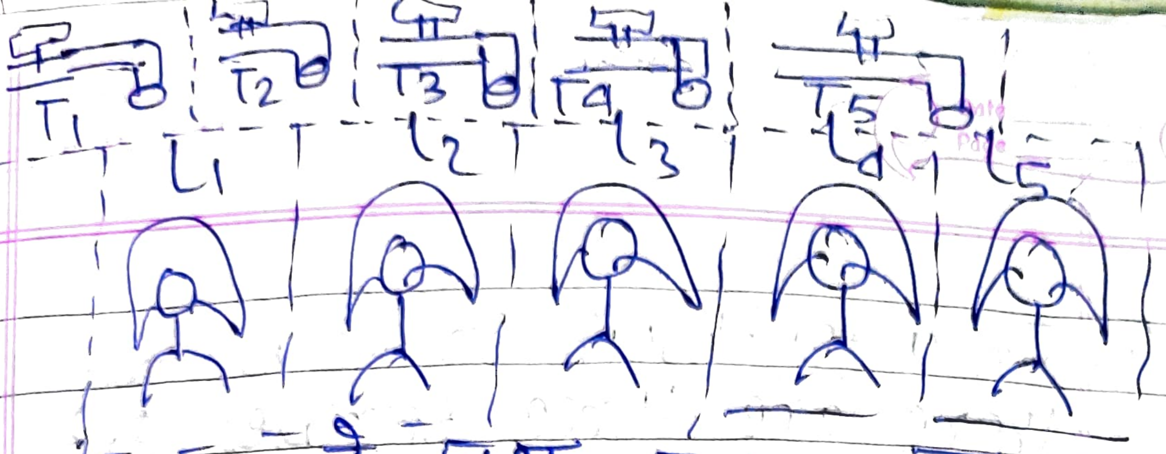
$= 6 \times 5 \times 4 \times 3$

$= 30 \times 12$

$= 360$ ways.

Q. In how many ways can 5 ladies draw water from 5 taps, assuming that no tap remains unused?

Ans: अब सबसे पहले question के intention को समझो 5 lady है और उन्हें नल से पानी निकालना है वह पाँचो महिला जहाँ Municipality supply line की मोहल्ले के शुरुआत मे है वहाँ एक चौकिदार नल की ~~सुरक्षा~~ safety और कोई उपद्रव पानी लेते वक्त ना हो इसलिए रखा है Muncipality ने से सब वहाँ एक साथ पहुँची कोरोना का lockdown चल रहा था लोग पानी भरने बहुत कम ही जाते थे तो उस चौकिदार ने बोला की बहनो आप सभी कृपया एक नल से ही पानी मत लो अलग-अलग से लिजिएगा। ताकी नल चालू रहे।




$L_1$ lady के पास 5 taps का option है पानी निकालने के लिए उनमें किसी एक tap $T_1$ से निकाल लिया

→ 5 ways

$L_2$ lady के पास 4 taps का option है पानी निकालने के लिए उनमें किसी बचे तीन taps $T_2$ से निकाला पानी

→ 4 ways

$L_3$ lady के पास 3 taps का option है पानी निकालने के लिए उनमें बचे दो taps थे; $T_3$ से निकाला पानी

→ 3 ways

similarly $L_4$ ने $T_4$ → 2 ways & $L_5$ ने $T_5$ → 1 ways

$= (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$

$= 120$ ways → Required number of ways

Q. In a textbook on mathematics there are three exercises A, B & C consisting of 12, 18 and 10 Questions respectively. In how many ways can three questions be selected choosing one from each exercise?

Ans

| Ex-A | Ex-B | Ex-C |
|---|---|---|
| 12 Q's | 18 Q's | 10 Q's |

logic है तीन question select करना है और हर exercise से atleast एक होना चाहिए इसलिए

ex-A से 12 Q's मे एक questo को select करना &
ex-B से 18 Q's मे एक question को select करना &
ex-C से 10 Q's मे एक question को select करना।

mathematically we can write

$= {}^{12}P_1 \times {}^{18}P_1 \times {}^{10}P_1$

$= 12 \times 18 \times 10$

$= 216 \times 10$

$= 2160$ ways

↳ we can choose three questions be selected choosing one from each exercise.

Q. In a school, there are four sections of 40 students each in XI standard. In how many ways can a set of 4 students representatitives be chosen, one from each section?

Ans:

| Sect-A | Sect-B | Sect C | Sect-B |
|---|---|---|---|
| 40 stds | 40 stds | 40 stds | 40 stds |

Logic: Sect A से 40 stds में एक std को select करना ~~or~~ (&)
Sect B से 40 stds में एक std को select करना ~~or~~ (&)

Sect-C से 40 stds मे से एक std. को select करना (और) (.)
Sect-D से 40 stds मे से एक std. को select करना

Mathematically we can write

$= 40_{p_1} \times 40_{p_1} \times 40_{p_1} \times 40_{p_1}$

$= 40 \times 40 \times 40 \times 40$

$= 2560000$

Q. In how many ways can a vowel, a consonant and a digit be chosen out of the 26 letters of the English alphabets and the 10 digits?

Ans: 5 vowels | 21 Consonants | 10 digits

(P.T.O.)

Logic समझो :-

कुल english alphabets में 5 vowels हैं उसमें से एक vowel choose किया (&)
कुल english alphabets में 21 consonants हैं उसमें से एक consonant choose किया (&)
10 digits में एक digit को select करना.

Mathematically,

$$= {}^{5}P_1 \times {}^{21}P_1 \times {}^{10}P_1$$

$$= 5 \times 21 \times 10$$

$$= 1050 \text{ ways}$$

Q. How many 8-digit telephone numbers can be constructed using the digits 0 to 9 if each number starts with 270 and no digit appears more than once?

Ans:

[2] [7] [0] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]

7 x 6 x 5 x 4 x 3

अब देखो 2, 7, 0 already used है क्योंकी हर number का पहला तीन digit 270 ही होगा इसलिए अब बचा पाँच खाना अब पाँचवा खाना के लिए बचा 7 ~~8~~ digits या 7 ways फिर चौथा खाना ~~अब~~ के लिए बचा 6 digits या 6 ways फिर ~~4~~ तीसरा खाना के लिए बचा 5 ways या 5 digits फिर दूसरा खाना के लिए बचा 4 digits फिर अंतिम खाना के लिए तीन digit बचा

इसलिए

$= (7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3)$

$= 48 \times 20 \times 3$

$= 60 \times 48$

$=$ ~~288~~ $2520$

Q (a.) A coin is tossed three times and the outcomes are recorded. How many possible outcomes are there?

Ans: जब एक सिक्का को फेंकते है तो दो outcome आता है head & tail i.e. '2' outcomes.

तो वह coin तीन बार toss किया.

$= (2 \times 2 \times 2) = 2^3$

$= 8$ ways/ outcomes.

(b.) How many possible outcomes if the coin is tossed:

Ans: (i.) four times

Ans: $= (2 \times 2 \times 2 \times 2)$

$= 16$ outcomes

(ii.) five times

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = 32$ outcomes

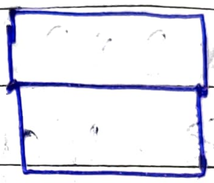
(iii.) n times

$= (2 \times 2 \times 2 \times \cdots \times 2) = 2^n$ outcomes

Date
Page

Q. Find the number of different signals that can be generated by arranging at least 2 flags in order (one below the other) on a vertical staff, if five different flags are available.

**Ans:** जो signal बन सकता है वह होगा 2 flag का ; 3 flag का ; 4 flag या 5 flag का ।



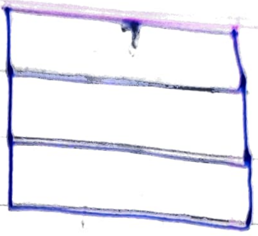
2-flag signals

पहला place को हम 5 तरीकों से भरेंगे i.e. in 5 ways.
दूसरा place को हम 4 तरीकों से भरेंगे i.e. in 4 ways

Total no. of 2-flag signals $= (5 \times 4) = 20$

(P.T.O.)

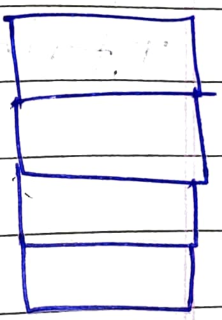
## 3-flag signals



पहला → 5 ways
दूसरा → 4 ways
तीसरा → 3 ways

Total no. of 3 flag signals

$= (5 \times 4 \times 3) = 60$



## 4-flag signals

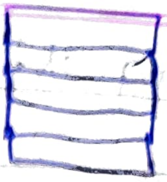
पहला → 5 ways
दूसरा → 4 ways
तीसरा → 3 ways
चौथा → 2 ways

Total no. of 4 flag signals

$= (5 \times 4 \times 3 \times 2)$
$= 20 \times 6$
$= 120$

(P.T.O.)

# 5- flag signals



पहले place को भरने के 5 तरीके
दूसरे place को भरने के 4 तरीके
तीसरे place को भरने के 3 तरीके
चौथे place को भरने के 2 तरीके
पाँचवे place को भरने के 1 तरीके

Total no. of 5 flag signal

$= (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$

$= 120$

Hence,

Total no. of signals

$= (20 + 60 + 120 + 120)$

$= 320.$

Q. How many 4-letter codes can be formed using the first 10 letters of the English alphabet, if no letter can be repeated?

Ans:

$P_1$ $P_2$ $P_3$ $P_4$

$10 \times 9 \times 8 \times 7$

कुल letters 10 है

i.e.

अब $P_1$ place पर हम 10 में से कोई एक letter भर सकते हैं। अब एक letter used

अब $P_2$ place पर हम 9 बचे हुए letter भर सकते हैं। अब एक letter used

अब $P_3$ place पर हम 8 बचे हुए letter भर सकते हैं। अब एक letter used

अब $P_4$ place पर हम 7 बचे हुए letter भर सकते हैं।

$= (10 \times 9 \times 8 \times 7)$

$= 63 \times 8 \times 10$

$= 5040$ codes can be generated.

(P.T.O.)

Q. Given, $A = \{2, 3, 5\}$ and $B = \{0, 1\}$
Find the number of different ordered pairs in which the first entry is an element of A and the second is an element of B.

Ans: We know very vividly that there are two sets A & B.
where, $n(A) = p$ & $n(B) = q$

, then $n(A \times B) = p \cdot q$
i.e. total no. of ordered pairs

Here, $n(A) = 3$
$n(B) = 2$

then
$n(A \times B)$
$= 3 \times 2$
$= 6.$

Q. How many arithmetic progressions with 10 terms are there whose first term is in the set {1, 2, 3} and whose common difference is in the set {2, 3, 4}?

Ans: देखो एक A.P. बनाने के लिए हमें दो जानकारी की आवश्यकता होती है पहला first term एवं दूसरा common difference.

Logic: अब first term को हम 3 तरीके से choose करेंगे इसलिए '3' ways

(4) common difference को हम 3 तरीके से choose करेंगे इसलिए '3' ways

$= (3 \times 3)$

$= 9$ ways

(P.T.O.)

Q. There are 6 items in column A and 6 items in column B. A student is asked to match each item in column A with an item in column B. How many possible (correct or incorrect) answers are there to this questions?

Ans: पहला item जो column A में होगा वो match होगा किसी भी 6 items in column B.
इसलिए पहला item of column A को 6 ways में Match हो सकता है।
Similarly,
दूसरा item of column A को हम 5 ways में Match कर सकते हैं।
तीसरा item of column A को हम 4 ways में Match कर सकते हैं।
चौथा item of column A को हम 3 ways में Match कर सकते हैं।
पाँचवा item of column A को हम 2 ways में Match कर सकते हैं।
छठा item of column A को हम 1 ways में Match कर सकते हैं।

Hence,
required no. of ways

$= (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$

$= 720$ ways.

Q. A mint prepares metallic calendars specifying months, dates and days in the form of monthly sheets (one plate for each month). How many types of February calendars should it prepare to serve for all the possibilities in the future years?

Ans: हमें February का calendar बनाना है यह हमें question पढ़ के समझ आ गया ठीक बात है।

Logic:-
अब यह बात समझो की calendar बनाने के लिए हमें महिना में कितना दिन होगा यह पता होना चाहिए एवं महिना का पहला दिन कौन सा दिवस होगा।

तो अब समझो हमारे पास दो प्रकार की februaries हैं। एक जिसकी total no. of day 28 है और दूसरी जिसकी no. of day 29 है।

(8) तो अब अगला चीज के बारे मे सोचा की हमारे पास कुल 7 दिवस है इसलिए महिना किसी भी एक दिवस से सातमे कोई एक से शुरु होगा।

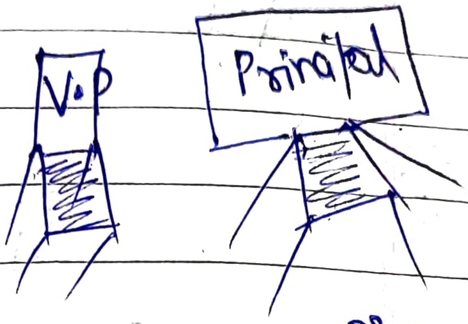
$= (2 \times 7)$

$= 14$

* यहाँ 'and' का प्रयोग इसलिए किया गया है क्योंकि calendar बनाने के लिए महिना किस दिन से start होगा & महिना कितने दिन का होगा दोनों जानकारी होना जरूरी है।

(P.T.O)

Q. From among the 36 teachers in a school, one principal and one vice-principal are to be appointed. In how many ways can this be done?




Ans: 36 teacher

तो देखो कुल 36 teacher है school में

हमें एक principal & एक vice principal choose करना है

तो यानी 36 लोगों में से 2 लोगों को चुनना है।

तो सबसे पहले principal चुने तो 36 लोगों में से कोई एक बन सकते हैं।

&

फिर vice president का चुनाव किया 35 लोगों में से एक बन सकते हैं।

$= (36 \times 35) = 1{,}260$ ways.

Q. A sample of 3 bulbs is tested. A bulb is labelled as G if it is good and D if it is defective. Find the no. of all possible outcomes.

**Ans:**

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | |
|---|---|---|---|---|
| possible outcomes | G | G | G | → दोनों good हों |
| | G | G | D | → एक defective हो last wala |
| | G | D | G | → दूसरा वाला defective है |
| | G | D | D | → last के दोनों defective हों |
| | D | D | D | → तीनों defective हों |
| | D | D | G | → पहले दो defective |
| | D | G | D | → पहला और तीसरा defective और बीच वाला good |
| | D | G | G | → पहला defective last दो good. |

Q For a set of five true or false questions, no student has written the all correct answers and no two students have given the same sequence of answers. What is the maximum number of students in the class for this to be possible?

Ans: देखो यह साफ बात है कि सिर्फ 2 ways है 5 questions को answer करने के लिए या तो true या false.

Total no. of different sequences of answers

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$
$= 32$

अब सिर्फ एक ही ऐसा way है जिससे सभी answer correct कर दिया जाए।

∴ Maxm no. of sequences correct answer के sequence को छोड़कर
$= (32 - 1) = 31$

Q. In how many ways can the following prizes be given away to a class of 20 students: first and second in mathematics; first and second in chemistry; first in physics and first in ~~chemistry~~ english ?

**Ans:**

Mathematics → Ist → 20 Std ; IInd → 19 Std

Chemistry → Ist → 20 Std ; IInd → 19 Std

Physics → Ist → 20 ways

English → Ist → 20 ways

देखो इस question को देखिये यह है कि यहां तीन-चार Mutually exclusive events हो रहे यानी चारों event में कोई dependent नहीं है मतलब Maths के prize distribution का physics से कोई लेना देना नहीं वैसे ही physics के prize distribution से English का कोई लेना देना

मेंही and so on.

अब Mathematics में दो prize मिलने है एक 1st prize और एक 2nd prize 1st prize 20 students में से किसी एक को दिया जा सकता है उसके बाद second prize बचे हुए 19 students को दिया जा सकता है।
(8)

अब Chemistry में दो prize मिलने है एक 1st prize और एक second prize ; 1st prize 20 students में से किसी एक को दिया जा सकता है उसके बाद second prize बचे हुए 19 students को दिया जा सकता है।
(8)

अब physics में एक ही prize देना है इसलिए 20 बच्चों में से किसी एक बच्चे को दिया जा सकता है।
(8)

अब english में एक ही prize देना है इसलिए 20 बच्चों में से किसी एक बच्चे को दिया जाएगा

∴ No. of ways in which following prizes be given away to a class of 20 students

$= (20 \times 19) \times (20 \times 19) \times 20 \times 20$

$= 19 \times 19 \times 16 \times 10000$

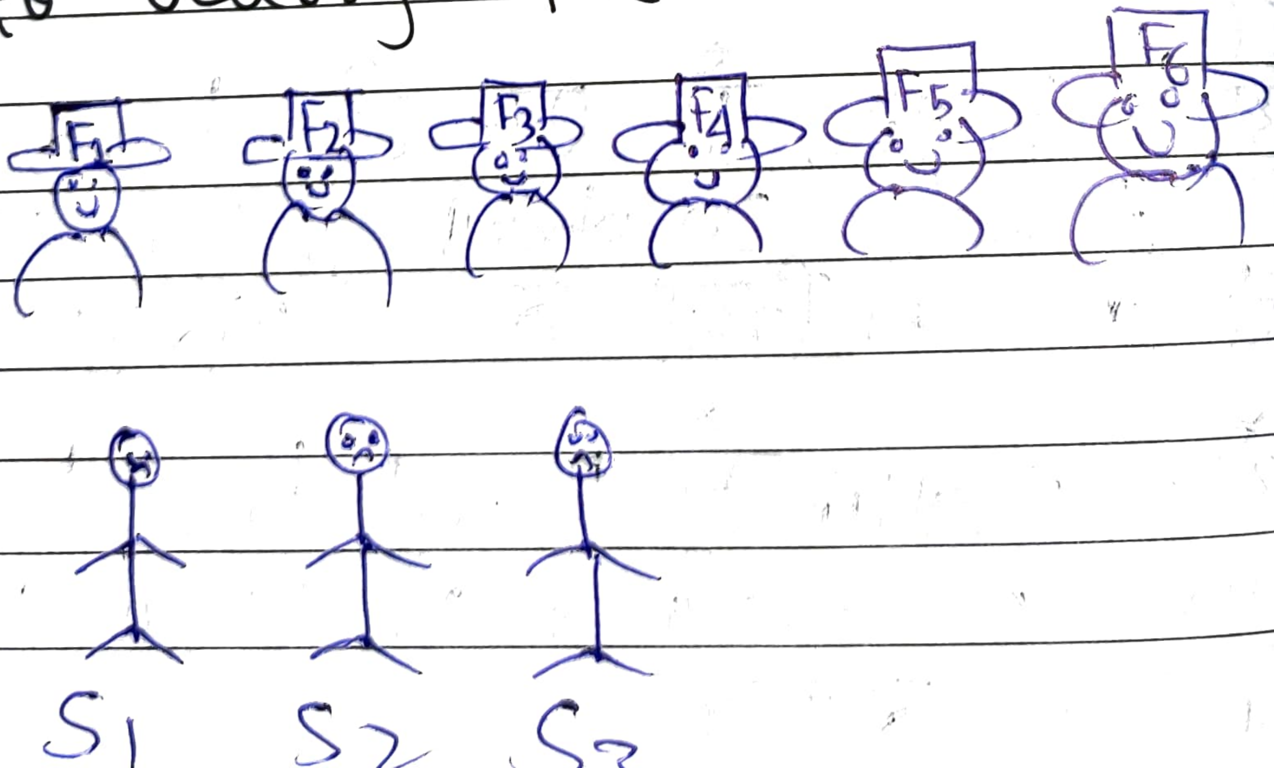
$= 361 \times 16 \times 10000$

$= 5776 \times 10000$

$= 57760000$ ways

Q. A gentleman has 6 friends to invite. In how many ways can he send invitation cards to them, if he has 3 servants to carry the cards?

Ans:



logic:

हर एक friend को invite कर सकता है तीनों में से कोई एक servant i.e. in 3 ways.

तो $F_1$ को invite कर सकता है
3 servant में से कोई एक → 3 ways
$F_2$ को invite कर सकता है
3 servant में से कोई एक → 3 ways
$F_3$ को invite कर सकता है
3 servant में से कोई एक → 3 ways
$F_4$ को invite कर सकता है
3 servant में से कोई एक → 3 ways
$F_5$ को invite कर सकता है
3 servant में से कोई एक → 3 ways
$F_6$ को invite कर सकता है
3 servant में से कोई एक → 3 ways

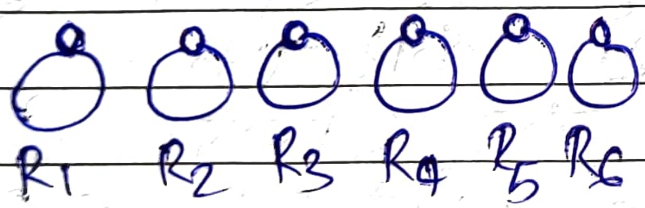
$= (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$
$= 3^6$ ways.

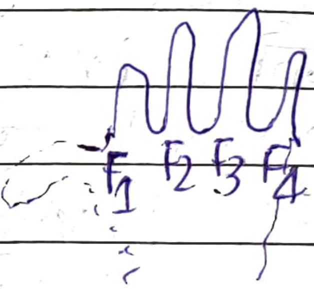
अब अगर कोई यह लग रहा है की 3 ways सब में क्यो हो जाया तो इसका

जवाब यह है की यहाँ कोई ऐसा restriction नही है की $S_1$ इसको ही invite करेगा। या एक बार एक servant invite एक friend को कर देगा तो दूसरे को नही करेगा and so on & so forth.

Q. In how many ways 6 rings of different types can be worn in 4 fingers?

Ans:




Ring $R_1$ को चार fingers मे से किन्ही एक मे पहना जा सकता है
इसलिए → 4 ways

Ring $R_2$ को चार fingers मे से किन्ही एक मे पहना जा सकता है
इसलिए → 4 ways

Ring $R_3$ को चार fingers मे से किन्ही एक मे पहना जा सकता है
इसलिए → 4 ways

Ring $R_4$ को चार fingers मे से किन्ही एक मे पहना जा सकता है।

इसलिए → 4 ways

Ring $R_5$ को चार fingers मे से किन्ही एक मे पहना जा सकता है।

इसलिए → 4 ways

Ring $R_6$ को चार fingers मे से किन्ही एक मे पहना जा सकता है।

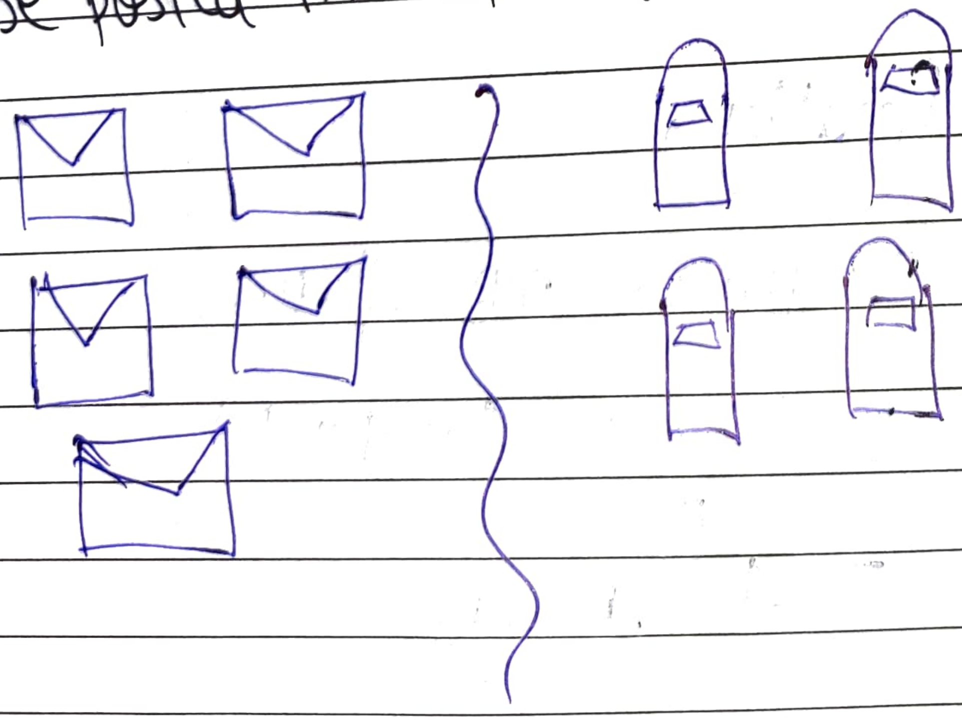
इसलिए → 4 ways

$= (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4)$

$= 4^6$ ways

Q. In how many ways can 5 letters be posted in 4 letter boxes?

Ans:



क्योंकी हरेक letter post किया जा सकता है कोई भी 4 में से एक letter box में इसलिए हर एक letter को post किया जा सकेगा 4 way में।

First letter can be posted in 4 way
&
Second letter can be posted in 4 way
&
third letter can be posted in 4 way
&
fourth letter can be posted in 4 way
&
fifth letter can be posted in 4 way

finally,

required no. of ways

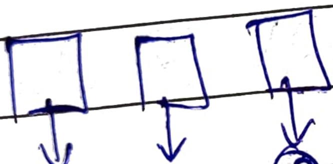
$= (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4)$

$= 4^5$ ways

Q. How many 3 letter words can be formed using a, b, c, d, e if

(i) repetition of letters is not allowed?
(ii) repetition of letters is allowed?

**Ans:** (i) repetition of letter Not allowed



$5 \times 4 \times 3$

पहला place 5 में से किसी एक letter से fill किया जा सकता है (8)
दूसरा place 4 में से किसी एक letter से fill किया जा सकता है (4)
तीसरा place 5 में से किसी एक letter से fill किया जा सकता है।

$= (5 \times 4 \times 3) = 60$ words

(P.T.O.)

(ii.) repetition of letter is allowed

$5 \times 5 \times 5$

अब क्योंकी repetition allowed है इस खातिर हर box को 5 letters से भरा जा सकता है

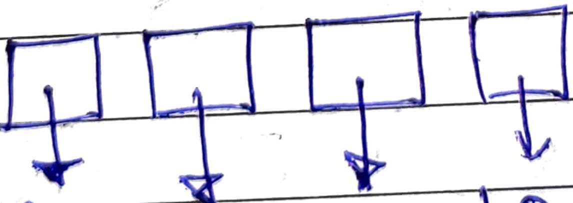
इसलिए, $= (5 \times 5 \times 5)$

$= 25 \times 5$

$= 125$ words

Q. How many 4 digit numbers are there, when a digit may be repeated any no. of times?

Ans:



$10 \times 10 \times 10 \times 10$

classmate

Date

Page

पहला place मे 9 तरीके से digits को fill कर सकते है क्योंकी वहाँ zero नही रख सकते → 9 ways

दूसरे place मे 10 तरीके से digits को fill कर सकते है क्योंकी यहाँ पाँच मे से कोई भी एक digit रख सकेंगे।
→ 10 ways

तीसरे place मे 10 तरीके से digits को fill कर सकते है क्योंकी यहाँ पाँच मे से कोई भी एक digit रख सकेंगे
→ 10 ways

चौथे place मे 10 तरीके से digits को fill कर सकते है क्योंकी यहाँ भी पाँच तरीके से digit को fill कर सकेंगे।
→ 10 ways.

∴ No. of 4-digit no.s
$= (9 \times 10 \times 10 \times 10)$
$= 9000$ ways

Q. How many numbers can be formed from the digits 1, 3, 5, 9 if repetition of digits is not allowed?

**Ans:** Four digit No.

□ □ □ □

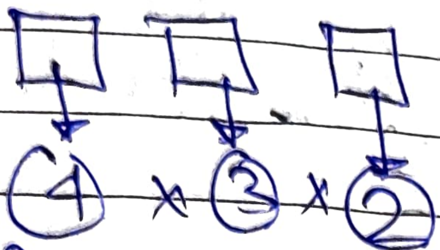
④ × ③ × ② × ① 

अब वे सारे पहला block को हम चारों में से कोई एक digit से भरेंगे एक digit कम होते जाएगा हर subsequent block के बाद इसलिए आगे में 3 फिर 2 फिर 1 चारों अब no. बनाने के लिए चारों block का होना जरूरी है इसलिए and का प्रयोग किए।

$= (4 \times 3 \times 2 \times 1)$

$= 24$

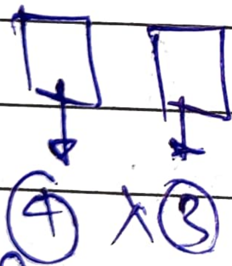
## three digit No.




अब देखो पहला block को हम चार way मे फिर एक कम हुआ तो अगले block को 3 ways से फिर आखरी block को बचे हुए 2 way से।

$= (4 \times 3 \times 2) = 24$ way.

## two digit No.




अब देखो, पहला block को हम चार ways से भर सकते है उसके बाद अगला block को तीन way से

$= (4 \times 3) = 12$ way.

**1 digit no.:**
यह clear है कि four ~~five~~ digits available है तो
→ 4 ways.

अब देखो question में पूछा था बताओ कितने No.'s बन सकते हैं 1, 3, 5, 9 से।

= (1-digit No's) + (2-digit no's) + (3-digit No's) + (4-digit no's)

= 24 + 24 + 12 + 4

= 64 Numbers.

Q. How many 3-digit numbers are there with no digit repeated?

Ans:

□ □ □

↓ ↓ ↓

9 × 9 × 8

देखो मेरे पास कुल digits available है 10

अब पहला block मे 0 को छोड़ कर कोई भी digit भर सकते है
→ 9 ways

दूसरा block मे 9 तरीके से भर सकेंगे क्योंकी एक digit पहला block को भरने के लिए use हो चुका है।
→ 9 ways

तीसरा block मे हम बचे हुए 8 digits मे से कोई एक को भर सकेंगे।
→ 8 ways

Hence,

No. of 3-digit No.s

$= (9 \times 9 \times 8)$

$= 648$ No.s

Q. How many 3-digit numbers can be formed by using the digits 0, 1, 3, 5, 7 while each digit may be repeated any number of times?

Ans:

| | | |
|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ |
| (4) × | ~~(4)~~ (5) × | ~~(3)~~ (5) |

अब hundred's place में zero के अलावा कोई भी बाकी चार digit भर सकते हैं।

अब ten's place में पाँच digit भर सकते हैं।

अब unit's place में पाँच digit भर सकते हैं।

$= (4 \times 5 \times 5)$

$= 100$ Numbers.

Q. How many 6-digit numbers can be formed from the digits 0, 1, 3, 5, 7, 9 when no digits is repeated? How many of them are divisible by 10?

Ans:

| $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $P_4$ | $P_5$ | $P_6$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

$5 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

अब $P_1$ position में हम zero नहीं डाल सकते तो उसको छोड़ के बाकी पाँच digit fill कर सकते हैं इसलिए → 5 ways

अब एक digit used हो गया तो बचा 5 digit

अब $P_2$ position में हम बचे हुए 5 No.'s में एक digit भरेंगे → 5 ways.

अब बचा 4 digits.

अब $P_3$ position में 4 ways से भरेंगे।

$P_4$ position में 3 ways से भरेंगे।

$P_5$ position में 2 ways से भरेंगे।

$P_6$ position में 1 ways से भरेंगे।

$= (5 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$

$= 25 \times 24$

$=$ ~~500~~ 600

Q. अब हम वह numbers निकालेंगे जो 10 से divisible होगा।

| L | T.Th | Th | H | T | U |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 0 |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |

(5) × (4) × (3) × (2) × (1)

10 से divisible no. को find करने के लिए हमें यह make sure करना पड़ेगा कि unit's place पर 0 ही होगा।

फिर अब 5 digit बचा तो,

lakhs place पर 5 digit में से कोई एक digit भरेगा इसलिए → 5 ways.

Ten thousands place पर 4 digit में से कोई एक digit भरेंगे → 4 ways

thousands place पर 3 digit में से कोई एक digit भरेंगे → 3 ways

hundreds place पर 2 digit में से कोई एक digit भरेंगे → 2 ways

tens place पर 1 digit मे से कोई एक digit भरेंगे → 1 ways.

$= (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$
$= 120$

So, there are 120 Numbers that are divisible by 10.

Q. How many natural numbers less than 1000 can be formed from the digits 0, 1, 2, 3, 4, 5 when a digit may be repeated any no. of times?

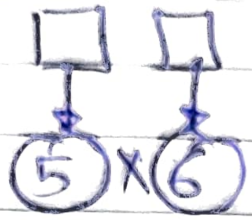
Ans: देखो 1000 से कम तीन प्रकार का natural numbers बनेगा

1-digit no.'s
2-digit no.'s
3-digit no.'s

अब समझो 1 digit no. 5 बनेंगे i.e. 1, 2, 3, 4 & 5 → 5 ways

(P.T.O.)

2 digit No's

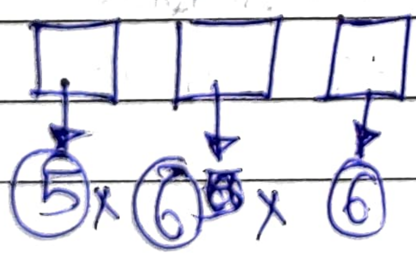



ten's place पर 0 नहीं रखेंगे

इसलिए 6 में से सिर्फ पाँच digits इस जगह पर भरेंगे इसलिए → 5 ways
अब अगले place यानी unit's place पर छह digits रखेंगे
→ 6 ways

$= (5 \times 6) = 30$ ways.

3 digit no's




hundred's place पर 0 नहीं रखेंगे इसलिए बाकि बचे पाँच digits से इस place को भरेंगे उसके बाद tenth's place को

6 तरीकों से fill करेंगे (8) One's place
को 6 तरीकों से fill करेंगे।

$= 5 \times 6 \times 6 = 36 \times 5$
$= 180$ ways.

Hence,

Required no. of natural no.s
$= (5 + 30 + 180)$
$= 215$ Numbers.

Q. How many 6-digit telephone numbers can be constructed using the digits 0 to 9, if each number starts with 67 and no digit appears more than once?

Ans:

| 6 | 7 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | ~~10~~ 8 | ~~9~~ 7 | ~~8~~ 6 | ~~7~~ 5 |

$8 \times 7 \times 6 \times 5$

अब देखो हमें 6 digit telephone no. बनाना है जिसके शुरुआत के दो starting digits fixed है 6 और 7

अब बचे चार खानो भरने के लिए बचा 8 digit है क्योंकि question में यह Mention है की repetition not allowed

इसलिए

Ten thousands place को भरने के लिए 8 digits available → 8 ways

Thousands place को भरने के लिए 7 digits available है → 7 ways

Tens place को भरने के लिए 6 digit available है → 6 ways

Units place को भरने के लिए 5 digit available → 5 ways

$$= (8 \times 7 \times 6 \times 5)$$

= 1680 telephone no.s can be constructed.

Q. In how many ways can three jobs I, II and III be assigned to three persons A, B & C if one person is assigned only one job and all are capable of doing each job?

Ans: A को तीन jobs में से कोई एक job assign किया जा सकता है → 3 ways

&

B को दो jobs में से कोई एक job assign किया जा सकता है → 2 ways

&

C को एक बचा तो वो उसको assign कर दिया जा सकता है → 1 ways

$= (3 \times 2 \times 1)$

$= 6$ ways.

Q. A number lock on a suitcase has three wheels each labelled with ten digits 0 to 9. If opening of the lock is a particular sequence of three digits with no repeats, how many such sequences will be possible? Also find the no. of unsuccessful attempts to open the lock.

Ans: देखो

हमें इसमे दो चीज बताना है:
पहला यह की कितना तरह का 3 digit का lock key बन सकता है जब तीनों digits distinct है।

Ist IInd IIIrd

___ ___ ___

No. of way to fill Ist place = 10
No. of way to fill 2nd place = 9
No. of way to fill 3rd place = 8

∴ total possible sequence

$= 10 \times 9 \times 8$
$= 720$

720 तरह का Key बन सकता है; अब हमसे पूछा है No. of unsuccessful attempt to open the lock.

classmate

Date
Page

इन 720 Keys में सिर्फ एक ही ऐसा key होगा जो correct होगा बाकी सारे unsuccessful होंगे। इसलिए

∴ No of unsuccessful attempts

= Total possible no. of keys − no. correct key.

= 720 − 1

= 719

तो 719 unsuccessful attempts कर सकते हैं।

Q. A customer forgets a four-digit code for an automated teller machine (ATM) in a bank. However, he remembers that this code consists of digits 3, 5, 6, 9. Find the largest possible no. of trails necessary to obtain the correct code.

**Ans:** देशी भाषा मे बोले तो question यह कह रहा है की एक ग्राहक अपना ATM card को pin जो की 4 digit का है वह भूल गया अब उसे सिर्फ यह याद है की वह 4 digit का key किन 4 digit के sequence से बना है और वह digits है 3, 5, 6 & 9।

अब हमको यहाँ पता करना है की कितना 4 digit का ATM pin इन चार digits के प्रयोग से हम निर्मित कर सकेंगे।

(4) (3) (2) (1)

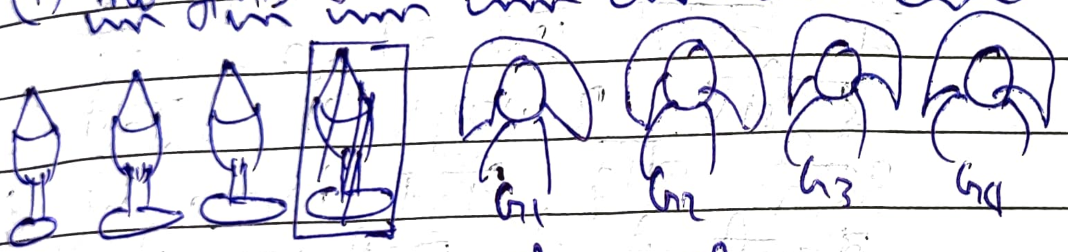
$= (4 \times 3 \times 2 \times 1)$

$= 24$ ways

Q. In how many ways can 3 prizes be distributed among 4 girls, when

(i) no girls gets more than one prize?
(ii) a girl may get any no. of prizes?
(iii) no girl gets ~~only~~ all the prizes?

Ans: (i) no girls gets more than one prize




अब देखो prize कम है और girls ज्यादा
अगर girls से पूछे तो हर बार एक girls
competition में participate नहीं कर पायगी
इसलिए वो तो विद्रोह कर देगी कैसे
समझो 3 prize है ठीक!

$G_1$ को 3 में से कोई एक देगी → 3 ways
$G_2$ को बचे 2 में से ——— → 2 ways
$G_3$ को बचे 1 ——— एक देगी → 1 ways
मगर $G_4$ को तो हमने पूछा भी नहीं
तो यह जनाब logic है।

अब समझो सही logic

सही logic यह है की तीन prize है पहला prize हम 4 मे से किसी एक को देंगे इसलिए 4 ways से उसको दे सकेंगे उसके बाद दूसरा prize को हम बची तीन मे से किसी एक को देंगे तो इसलिए 3 ways से उसको देंगे उसके बाद अंतिम prize को दो बची मे से किसी एक को देंगे।

तो इस logic मे हम अगर ध्यान दे 4 girls को participation मिला prize distribution मे।

$= (4 \times 3 \times 2)$

$= 24$ ways.

(P.T.O.)

(ii) a girl may get any no. of prizes?

पहला prize को हम चार मे से किसी एक girl को दे सकेंगी → 4 ways

& दूसरा prize को हम चार मे से किसी एक girl को दे सकेंगी → 4 ways

Similarly तीसरा ~~और चौथा~~ prize को भी 4 ways ~~respectively~~ मे देंगी|

$= (4 \times 4 \times 4)$

$= 64$ ways

# Factorial Notation

a.) $n!$ or $\lfloor n$ → Read as n-factorial
(or) factorial-n

b.) $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$
$= 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$

c.) $\lfloor 0 = 1$ (defined)

d.) $n = n \cdot (n-1)!$
$= n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!$
$= n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)!$ so-on

Q find the value of following :—

(a) $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(b) $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 36 \times 20 = 720$

(c) $\frac{8!}{4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 1680$

(d) $\frac{10!}{8!} = \frac{10 \times 9 \times \cancel{8!}}{\cancel{8!}} = 90$

(e) $\frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 120$

(f) $\frac{7!}{4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 42 \times 5 = 210$

Q. Find $\frac{12! - 10!}{9!}$

**Ans:**

$$= \frac{12 \times 11 \times 10! - 10!}{9!}$$

$$= \frac{10!\,(12 \times 11 - 1)}{9!}$$

$$= \frac{10! \times 131}{9!}$$

$$= \frac{10 \times 9! \times 131}{9!} = 1310$$

Q. L.C.M. & H.C.F. of 6!, 7!, 8!

**Ans:**

$8! = 8 \times 7 \times 6!$

$7! = 7 \times 6!$

$6! = 6!$

H.C.F. = 6!

L.C.M. = 8!

Q. $\frac{1}{7!} + \frac{1}{9!} = \frac{x}{10!}$

find the value of 'x'?

Ans: $\Rightarrow x = 10!\left(\frac{1}{7!} + \frac{1}{9!}\right)$

$\Rightarrow x = \frac{10!}{7!} + \frac{10!}{9!}$

$\Rightarrow x = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!} + \frac{10 \times 9!}{9!}$

$= 720 + 10 = 730$

Q $(n+3)! = 56 \cdot (n+1)!$

Ans: $\Rightarrow (n+3)(n+2) \cdot (n+1)! = 56 \cdot (n+1)!$

$\Rightarrow (n+3) \cdot (n+2) = 56$

$\Rightarrow (n+3) \cdot (n+2) = 8 \times 7$

$\therefore n = 5$

(P.T.O.)

Q. Prove that $(n!+1)$ is not divisible by any natural number between 2 and n.

Ans: क्योंकी

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\cdots 3\cdot 2\cdot 1$$

→ यह बता रहा है की n! हर natural no. 2 और n के बीच आने वाले से divisible होगा।

इसलिए, $(n!+1)$ जब किसी भी natural no. से divide होगा तो वह 1 as remainder देगा

इसलिए $(n!+1)$ is not divisible by a natural no. b/w 2 and n.

Q. Prove that:-

$$n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

classmate

Date
Page

Ans: $L.H.S. = n(n-1)\cdot(n-2)\cdots(n-r+1)$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)(n-r)!}{(n-r)!}$$

{$N^r$ और $D^r$ दोनों में $(n-r)!$ का Multiply किए}

$$= \frac{n!}{(n-r)!}$$

Q. Prove that :—

$$\frac{(2n!)}{n!} = 2^n \times [1\times3\times5\times\cdots\times(2n-1)]$$

Ans: $L.H.S. = \frac{(2n!)}{n!}$

$$= \frac{(2n)\times(2n-1)\times(2n-2)\times\cdots\times5\times4\times3\times2\times1}{n!}$$

अब देखो odd or even terms को $n^r$ में seperate कर के लिखें।

$$= \frac{\{1\times3\times5\times\cdots\times(2n-1)\}\times\{2\times4\times6\times\cdots\times(2n-2)\times2n\}}{n!}$$

$$= \frac{(1\times3\times5\times\cdots\times(2n-1))\cdot2^n\cdot(1\times2\times3\times\cdots\times(2n-1)\times2n)}{n!}$$

$$= \frac{\{1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times (2n-1)\} \times 2^n \times n!}{n!}$$

$$= 2^n \times \{1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times (2n-1)\}$$

Q. Prove that

$$\frac{1}{10!} + \frac{1}{11!} + \frac{1}{12!} = \frac{145}{12!}$$

Ans: L.H.S.

$$= \left\{\frac{1}{10!} + \frac{1}{11 \times 10!}\right\} + \frac{1}{12!}$$

$$= \left\{\frac{11+1}{11 \times 10!}\right\} + \frac{1}{12 \times 11!}$$

$$= \frac{12}{11!} + \frac{1}{12 \times 11!}$$

$$= \frac{144+1}{12!}$$

$$= \frac{145}{12!} = \text{R.H.S.}$$

Q. If $\frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} = \frac{x}{8!}$, find the value of 'x'.

Ans: $\Rightarrow x = 8!\left(\frac{1}{6!} + \frac{1}{7!}\right)$

$\Rightarrow x = \frac{8!}{6!} + \frac{8!}{7!}$

$\Rightarrow x = \frac{8 \times 7 \times 6!}{6!} + \frac{8 \times 7!}{7!}$

$\Rightarrow x = 56 + 8$

$= 64$

Q. Which of the following are true or false?

(i) $(2+3)! = 2! + 3!$

Ans: L.H.S. $= 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 20 \times 6 = 120$

R.H.S. $= (2 \times 1) + (3 \times 2 \times 1)$

$= 2 + 6 = 8$

$\therefore$ L.H.S $\neq$ R.H.S → so it is false.

Classmate
Date
Page

(ii) $(2\times3)! = (2!)\times(3!)$

Ans:

$L.H.S. = 6!$

$= 6\times5\times4\times3\times2\times1$

$= 30\times24$

$= 720$

$R.H.S. = (2\times1)\times(3\times2\times1)$

$= 2\times6$

$= 12$

$\therefore L.H.S \neq R.H.S.$ false

Q. If $(n+1)! = 12\times(n-1)!$, find the value of $n$.

Ans:

$(n+1)! = 12\times(n-1)!$

$\Rightarrow (n+1)\cdot n\cdot(n-1)! = 12\times(n-1)!$

$\Rightarrow n(n+1) = 3\times4$

$\therefore n = 3$

Q. If $(n+2)! = 2550 \times n!$, find the value of $n$.

Ans: $(n+2)! = 2550 \times n!$

$\Rightarrow (n+2)(n+1)(\cancel{n!}) = 51 \times 50 \times \cancel{n!}$

$\Rightarrow (n+2)(n+1) = 51 \times 50$

On comparing we get

$\therefore$ $n = 49$

Q. If $(n+3)! = 56 \times (n+1)!$, find the value of $n$.

Ans: $\Rightarrow (n+3)(n+2)\cancel{(n+1)!} = 56 \times \cancel{(n+1)!}$

$\Rightarrow (n+3)(n+2) = 8 \times 7$

| | |
|---|---|
| $n+3 = 8$ | $n+2 = 7$ |
| $n = 5$ | $n = 5$ |

$\therefore$ $n = 5$

Q. If $\frac{n!}{(2!) \times (n-2)!} : \frac{n!}{(4!) \times (n-4)!} = 2:1$, find the value of $n$.

**Ans:**

$$\Rightarrow \frac{\frac{n!}{(2!) \times (n-2)!}}{\frac{n!}{(4!) \times (n-4)!}} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{n! \times 4! \times (n-4)!}{n! \times 2! \times (n-2)!} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{4 \times 3 \times 2! \times (n-4)!}{2! \times (n-2) \times (n-3) \times (n-4)!} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{(n-2) \times (n-3)} = \frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow (n-2) \times (n-3) = 6$$

$$\Rightarrow (n-2) \times (n-3) = 3 \times 2$$

$\therefore n = 5$

classmate
Date
Page

Q. If $\frac{(2n)!}{(3!) \times (2n-3)!} : \frac{(n!)}{(2!) \times (n-2)!} = 44:3$, find the value of n.

Ans:

$$\Rightarrow \frac{\frac{(2n)!}{(3!) \times (2n-3)!}}{\frac{(n)!}{(2!) \times (n-2)!}} = \frac{44}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{(2n)! \times (2!) \times (n-2)!}{(n)! \times (3!) \times (2n-3)!} = \frac{44}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{(2n)! \times (n-2)!}{n \times (n-1) \times (n-2)! \times (2n-3)!} = 44$$

$$\Rightarrow \frac{(2n) \times (2n-1) \cdot (2n-2) \cdot (2n-3)!}{n(n-1) \cdot (2n-3)!}$$

$$\Rightarrow (2n-1) \times 4 = 44$$

$$\Rightarrow (2n-1) = 11$$

$$\Rightarrow 2n = 12$$

$$n = 6$$

$\therefore n = 6$

Q. evaluate :-

$$\frac{n!}{(r!) \times (n-r)!}$$, when n = 15 & r = 12.

Ans: plugging in given values, we get

$$\Rightarrow \frac{15!}{12! \times 3!}$$

$$\Rightarrow \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12!}{12! \times 3 \times 2}$$

$\Rightarrow 35 \times 13$

$\Rightarrow 455$

Q. Prove that

$(n+2) \times (n!) = (n!) + (n+1)!$

Ans: R.H.S. $= n! + (n+1)!$

$= n! + (n+1)\, n!$

$= n!\,(n+1+1)$

$= n! \times (n+2) =$ L.H.S.

$\therefore$ L.H.S. = R.H.S.

Q. Prove that :—

(i) $\frac{n!}{r!} = n.(n-1).(n-2) \ldots\ldots (r+1).$

Ans: R.H.S.

$= n.(n-1).(n-2) \ldots\ldots (r+1)$

Multiplying $n^r$ & $d^r$ by $r!$

$= \frac{n.(n-1)(n-2) \ldots\ldots (r+1).r!}{r!}$

$= \frac{n!}{r!} = $ L.H.S. $\therefore$ L.H.S = R.H.S

(ii) $(n-r+1).\frac{n!}{(n-r+1)!} = \frac{n!}{(n-r)!}$

Ans: L.H.S $= (n-r+1) \times \frac{n!}{(n-r+1) \times (n-r)!}$

$= \frac{n!}{(n-r)!} = $ R.H.S.

$\therefore$ L.H.S = R.H.S.

(iii) $\frac{n!}{r! \cdot (n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)! \cdot (n-r+1)!} = \frac{(n+1)!}{r!\,(n-r+1)!}$

Ans: L.H.S.

$$= \frac{n!}{r \cdot (r-1)! \cdot (n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)! \cdot (n-r+1) \cdot (n-r)!}$$

$$= \frac{n!}{(r-1)! \cdot (n-r)!} \left[ \frac{1}{r} + \frac{1}{n-r+1} \right]$$

$$= \frac{n!}{(r-1)! \cdot (n-r)!} \left[ \frac{n-r+1+r}{r(n-r+1)} \right]$$

$$= \frac{(n+1)!}{(n-r+1)!\,(r!)}$$

= R.H.S. Hence proved

## ${}^{n}P_{r}$ notation

(a) <u>Denotion forms :-</u>

${}^{n}P_{r}$ (or) $P(n, r)$ read as $(n - p - r)$

(b) ${}^{n}P_{r}$ = multiply 'r' numbers starting with 'n'.

$$= \frac{n!}{(n-r)!} ; \quad 0 \leq r \leq n$$

(c) ${}^{n}P_{n} = n!$

* ${}^{n}P_{r}$ का मतलब है 'n' से start कर के r no.s लिखिए।

जैसे :- ${}^{10}P_{2} = 10 \times 9$.

${}^{10}P_{3} = 10 \times 9 \times 8$

${}^{5}P_{1} = 5.$

Q. Evaluate :—

(i) $^{12}P_4 = \frac{12!}{(12-4)!} = \frac{12!}{8!}$

$= \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times \cancel{8!}}{\cancel{8!}}$

$= 99 \times 12 \times 10$

$= 11880$

(ii) $^{75}P_2 = \frac{75!}{73!} = \frac{75 \times 74 \times \cancel{73!}}{\cancel{73!}}$

$= 75 \times 74$

$= 5550.$

(iii) $^{8}P_8 = 8!$

$= (8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$

$= 40320.$

(P.T.O.)

Q. Find the value of n such that

(i) $^{m}P_5 = 42 \times {^{m}P_3}$ , $n > 4$

Ans: $\Rightarrow \frac{^{m}P_5}{^{m}P_3} = 42$

$\Rightarrow \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)}{m(m-1)(m-2)} = 42$

$\Rightarrow (n-3)(n-4) = 42$

$\Rightarrow (m-3)(m-4) = 7 \times 6$

On comparing we get

$\therefore$ $m = 10$

(ii) $\frac{^{m}P_4}{^{m-1}P_4} = \frac{5}{3}$ , $m > 4$

Ans:

$\Rightarrow \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)} = \frac{5}{3}$

Date
Page

$\Rightarrow \frac{n}{(n-4)} = \frac{5}{3}$

$\Rightarrow 3n = 5n - 20$

$\Rightarrow 2n = 20$

$\therefore n = 10$

Q. If $5 \times {}^4P_r = 6 \times {}^5P_{r-1}$, find 'r'.

Ans:

$\Rightarrow 5 \cdot \frac{4!}{(4-r)!} = 6 \times \frac{5!}{(5-r+1)!}$

$\Rightarrow 5 \times \frac{4!}{(4-r)!} = \frac{6 \times 5!}{(6-r)!}$

$\Rightarrow \frac{(6-r)!}{(4-r)!} = 6$

$\Rightarrow \frac{(6-r)(5-r)(4-r)!}{(4-r)!} = 6$

$\Rightarrow (6-r) \cdot (5-r) = 3 \times 2$

On comparing, we get

$6-r=3$ $\Rightarrow$ $\cancel{-}r=\cancel{-}3$

$-r=3-6$ $\therefore$ $r=3$

Q. If ${}^{m}P_4 = 2 \times {}^{5}P_3$, find 'm'.

Ans: $\Rightarrow$ ${}^{m}P_4 = 2 \times {}^{5}P_3$

$\Rightarrow m(m-1)(m-2)(m-3) = 2 \times 5 \times 4 \times 3$

$\Rightarrow m(m-1)(m-2)(m-3) = 5 \times 4 \times 3 \times 2$

On comparing, we get

$m=5.$

Q. (i) If ${}^{15}P_r = 2730$, find the value of 'r'.

Ans: $\Rightarrow {}^{15}P_r = 2730$

$\Rightarrow {}^{15}P_r = 15 \times 182$

$\Rightarrow {}^{15}P_r = 15 \times 14 \times 13$

$\Rightarrow {}^{15}P_r = {}^{15}P_3$

On comparing, we get

$\therefore r = 3$

(iii) If ${}^{10}P_r = 5040$, find the value of r.

Ans:

$\Rightarrow {}^{10}P_r = 5040$

$\Rightarrow {}^{10}P_r = 10 \times 9 \times 56$

$\Rightarrow {}^{10}P_r = 10 \times 9 \times 8 \times 7$

$\Rightarrow {}^{10}P_r = {}^{10}P_4$

On comparing, we get

$\therefore r = 4$

Q. If ${}^{56}P_{r+6} : {}^{54}P_{r+3} = (30800 : 1)$, find 'r'.

Ans: $${}^{56}P_{r+6} = \frac{56!}{[56-(r+6)]!} = \frac{56!}{(50-r)!}$$

& $${}^{54}P_{r+3} = \frac{54!}{[54-(r+3)]!} = \frac{54!}{(51-r)!}$$

$$\therefore \frac{{}^{56}P_{r+6}}{{}^{54}P_{r+3}} = \frac{56!}{(50-r)!} \times \frac{(51-r)!}{54!}$$

$$= \frac{56 \times 55 \times (54!) \times (51-r)((50-r)!)}{(50-r)! \times 54!}$$

$$= 56 \times 55 \times (51-r)$$

Thus, $$\frac{{}^{56}P_{r+6}}{{}^{54}P_{r+3}} = \frac{30800}{1}$$

$$\Rightarrow 56 \times 55 \times (51-r) = 30800$$

$\Rightarrow (51 - r) = 10$

$\therefore r = 41$

Q. If ${}^{2n+1}P_{n-1} : {}^{2n-1}P_n = 3:5$, find 'n'.

Ans: We have,

$${}^{2n+1}P_{n-1} : {}^{2n-1}P_n = 3:5$$

$$\Rightarrow \frac{(2n+1)!}{\{(2n+1)-(n-1)\}!} : \frac{(2n-1)!}{\{(2n-1)-n\}!} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{(2n+1)!}{(n+2)!} : \frac{(2n-1)!}{(n-1)!} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{(2n+1)!}{(n+2)!} \times \frac{(n-1)!}{(2n-1)!} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{(2n+1) \times 2n \times (2n-1)! \times (n-1)!}{(n+2)(n+1)\,n\,(n-1)! \times (2n-1)!} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{(2n+1)\times 2}{(n+2)\times(n+1)} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 10(2n+1) = 3(n+2)\cdot(n+1)$$
$$\Rightarrow 20n+10 = 3(n^2+n+2n+2)$$
$$\Rightarrow 20n+10 = 3n^2+9n+6$$
$$\Rightarrow 3n^2 - 11n - 4 = 0$$
$$\Rightarrow (n-4)\cdot(3n+1) = 0$$

$\Rightarrow n = 4$ [$\because n \neq -\frac{1}{3}$ as n cannot be negative]

Q. If ${}^{22}P_{r+1} : {}^{20}P_{r+2} = 11:52$, find 'r'.

Ans: we have,

$${}^{22}P_{r+1} : {}^{20}P_{r+2} = 11:52$$

$$\Rightarrow \frac{22!}{\{22-(r+1)\}!} : \frac{20!}{\{20-(r+2)\}!} = 11:52$$

$$\Rightarrow \frac{22!}{(21-r)!} : \frac{20!}{(18-r)!} = 11 : 52$$

$$\Rightarrow \frac{22!}{(21-r)!} \times \frac{(18-r)!}{20!} = \frac{11}{52}$$

$$\Rightarrow \frac{22 \times 21 \times 20! \times (18-r)!}{(21-r)(20-r)(19-r)(18-r)! \times 20!} = \frac{11}{52}$$

$$\Rightarrow (19-r)\cdot(20-r)(21-r) = \frac{52 \times 22 \times 21}{11}$$

$$\Rightarrow (19-r)(20-r)(21-r) = 2 \times 21 \times 52$$

$$\Rightarrow (19-r)(20-r)(21-r) = 2 \times 7 \times 3 \times 4 \times 1$$

$$\Rightarrow (19-r)(20-r)(21-r) = 12 \times 13 \times 14$$

On comparing, we get

$$\therefore \; r = 7$$

Date ______
Page ______

Q. Prove that :-

(i.) $^{m}P_{m} = {}^{m}P_{(m-1)}$

**Ans:** R.H.S.

$= {}^{m}P_{(m-1)} = \frac{m!}{(\cancel{m}-\cancel{m}+1)!} = m! = {}^{m}P_{m}$

$=$ L.H.S. Hence, L.H.S. = R.H.S.

(ii.) $^{m}P_{r} = m \cdot {}^{m-1}P_{r-1}$

**Ans:** L.H.S.

$= {}^{m}P_{r} = \frac{m!}{(m-r)!} = \frac{m \cdot (m-1)!}{[(m-1)-(r-1)]!}$

$= m \cdot {}^{m-1}P_{r-1}$

$=$ R.H.S. Hence, L.H.S. = R.H.S.

(P.T.O.)

classmate
Date
Page

Q. Prove that :-

$$^{n-1}P_r + r\cdot {}^{n-1}P_{r-1} = {}^{n}P_r$$

Ans: L.H.S.

$$= \left\{ \frac{(n-1)!}{(n-1-r)!} + r\cdot \frac{(n-1)!}{(n-1-r+1)!} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{(n-1)!}{(n-1-r)!} + r\cdot \frac{(n-1)!}{(n-r)!} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{(n-1)!}{(n-1-r)!} + r\cdot \frac{(n-1)!}{(n-r)\cdot(n-r-1)!} \right\}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-r-1)!} \left\{ 1 + \frac{r}{(n-r)} \right\}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-r-1)!} \left\{ \frac{n-\cancel{r}+\cancel{r}}{(n-r)} \right\}$$

$$= \frac{n\cdot(n-1)!}{(n-r)\cdot(n-r-1)!} = \frac{n!}{(n-r)!} = {}^{n}P_r$$

= R.H.S.

$\therefore$ L.H.S. = R.H.S.

Q. If ${}^{n}P_5 = 20 \times {}^{n}P_3$, find n?

Ans: $\Rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) = 20 \times n \times (n-1) \times (n-2)$

$\Rightarrow (n-3) \times (n-4) = 5 \times 4.$

On comparing, we get

$\therefore n = 8$

Q. If $16 \times {}^{n}P_3 = 13 \times {}^{n+1}P_3$, find n?

Ans: $\Rightarrow 16 \times n \times (n-1) \times (n-2) = 13 \times (n+1) \times n (n-1)$

$\Rightarrow \dfrac{(n-2)}{(n+1)} = \dfrac{13}{16}$

$\Rightarrow 16n - 32 = 13n + 13$

$\Rightarrow 3n = 13 + 32$

$\Rightarrow 3n = 45$

$\Rightarrow n = \frac{45}{3}$ 15

$\therefore n = 15$

Q If ${}^{2n}P_3 = 100 \times {}^{n}P_2$, find 'n'.

**Ans:**

$$\Rightarrow \frac{2n!}{(2n-3)!} = 100 \times \frac{n!}{(n-2)!}$$

$$\Rightarrow \frac{(2n)(2n-1)(2n-2)(2n-3)!}{(2n-3)!} = 100 \times \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!}$$

$$\Rightarrow 4(2n-1) = 100$$

$$\Rightarrow 8n-4 = 100$$

$$\Rightarrow 8n = 104$$

$$\Rightarrow n = \frac{104}{8} = 13$$

$\therefore n = 13$

Q. If ${}^{5}P_r = 2 \times {}^{6}P_{r-1}$, find 'r'?

**Ans:**

$$\Rightarrow \frac{5!}{(5-r)!} = 2 \times \frac{6!}{(6-r+1)!}$$

$$\Rightarrow \frac{5!}{(5-r)!} = 2 \times \frac{6!}{(7-r)!}$$

Date
Page

Q. If $^{20}P_r = 13 \times {}^{20}P_{r-1}$, find 'r'.

Ans:

$$\Rightarrow \frac{20!}{(20-r)!} = 13 \times \frac{20!}{(20-r+1)!}$$

$$\Rightarrow \frac{20!}{(20-r)!} = 13 \times \frac{20!}{(21-r)!}$$

$$\Rightarrow \frac{(21-r) \times (20-r)!}{(20-r)!} = 13$$

$$\Rightarrow 21 - r = 13$$

$$\Rightarrow -r = 13 - 21$$

$$\Rightarrow r = 8$$

$$\therefore \boxed{r = 8}$$

(P.T.O.)

Q. If ${}^{11}P_r = {}^{12}P_{r-1}$, find 'r'.

Ans:

$$\Rightarrow \frac{11!}{(11-r)!} = \frac{12!}{(12-r+1)!}$$

$$\Rightarrow \frac{11!}{(11-r)!} = \frac{12!}{(13-r)!}$$

$$\Rightarrow \frac{(13-r)\times(12-r)\times(11-r)!}{(11-r)!} = \frac{12\times 11!}{11!}$$

$$\Rightarrow (13-r)\times(12-r) = 4\times 3$$

On comparing, we get

| | |
|---|---|
| $13-r=4$ | $12-r=3$ |
| $\Rightarrow r = 13-4$ | $\Rightarrow 12-3 = r$ |
| $\Rightarrow r = 9$ | $r = 9$ |

$r=9$

therefore, $\therefore$ $r = 9$

classmate
Date
Page

Q. If ${}^{n}P_{4} : {}^{n}P_{5} = 1 : 2$, find 'n'?

**Ans:**

$$\frac{{}^{n}P_{4}}{{}^{n}P_{5}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{n!}{(n-4)!}}{\frac{n!}{(n-5)!}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{n! \times (n-5)!}{n! \times (n-4)!} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{(n-5)\,(n-4)!}{(n-4)!} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2n - 10 = 1$$

$$\Rightarrow 2n = 11$$

$$\Rightarrow \frac{(n-5)!}{(n-4)\,(n-5)!} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow n - 4 = 2 \qquad \therefore n = 6$$

classmate
Date
Page

Q. If ${}^{m-1}P_3 : {}^{m+1}P_3 = 5 : 12$, find 'n'.

Ans:

$$\frac{{}^{m-1}P_3}{{}^{m+1}P_3} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{(m-1)!}{(m-1-3)!}}{\frac{(m+1)!}{(m+1-3)!}} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{(m-1)! \times (m-2)!}{(m+1)! \times (m-4)!} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{(m-1)! \times (m-2) \times (m-3) \times (m-4)!}{(m+1) \times m \times (m-1)! \times (m-4)!} = \frac{5}{12}$$

$\Rightarrow 12\,(m-2) \times (m-3) = 5 \times m \times (n+1)$

$\Rightarrow 12\,[m^2 - 3n - 2n + 6] = 5\,[n^2 + n]$

$\Rightarrow 12\,[n^2 - 5n + 6] = 5n^2 + 5n$

$\Rightarrow 12n^2 - 60n + 72 = 5n^2 + 5n$

$\Rightarrow 7n^2 - 65n + 72 = 0$

Q. If $^{15}P_{r-1} : {}^{16}P_{r-2} = 3 : 4$, find 'r'?

Ans:

$$\because {}^{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$^{15}P_{r-1} = \frac{15!}{[15-(r-1)]!} = \frac{15!}{[15-r+1]!}$$

$$= \frac{15!}{(16-r)!}$$

$$^{16}P_{r-2} = \frac{16!}{(16-r+2)!} = \frac{16!}{(18-r)!}$$

(P. T. O.)

classmate Date Page

**Now,**

$$\Rightarrow \frac{\frac{15!}{(16-r)!}}{\frac{16!}{(18-r)!}} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{15! \times (18-r)!}{16! \times (16-r)!} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{15!}{15! \times 16} \times \frac{(18-r)(17-r)(16-r)!}{(16-r)!} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow (18-r)\cdot(17-r) = \frac{3}{4} \times 16 \; 4$$

$$\Rightarrow (18-r)(17-r) = 4 \times 3$$

On comparing, we get

| | |
|---|---|
| $18-r=4$ | $17-r=3$ |
| $\Rightarrow -r=4-18$ | $-r=3-17$ |
| $\Rightarrow -r=-14$ | $-r=-14$ |
| $r=14$ | $r=14$ |

$\therefore$ $\boxed{r=14}$

Q. If ${}^{2n-1}P_n : {}^{2n+1}P_{n-1} = 22:7$, find 'n'.

Ans:

$$\Rightarrow \frac{{}^{2n-1}P_n}{{}^{2n+1}P_{(n-1)}} = \frac{22}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{(2n-1)!}{(2n-1-n)!}}{\frac{(2n+1)!}{(2n+1-n+1)!}} = \frac{22}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{(2n-1)! \times (n+2)!}{(2n+1)! \times (n-1)!} = \frac{22}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{(2n-1)! \times (n+2) \cdot (n+1) \cdot n\,(n-1)!}{(n-1)! \times (2n+1)(2n)(2n-1)!} = \frac{22}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{(n+2) \cdot (n+1) \cdot n}{(2n+1)\, 2 \times n} = \frac{22}{7}$$

classmate
Date
Page

$\Rightarrow 7(n+2)(n+1) = 44(2n+1)$

$\Rightarrow 7[n^2+3n+2] = 88n+44$

$\Rightarrow 7n^2+21n+14 = 88n+44$

$\Rightarrow 7n^2+21n-88n+14-44 = 0$

$\Rightarrow 7n^2-67n-30 = 0$

$$n = \frac{67 \pm \sqrt{(67)^2 - 4\times 7\times(-30)}}{2\times 7}$$

$$= \frac{67 \pm \sqrt{4489+840}}{14}$$

$$= \frac{67 \pm \sqrt{5329}}{14}$$

$$= \frac{67 \pm 73}{14}$$

$\frac{67+73}{14}$ $\qquad$ $\frac{67-73}{14}$

$= \frac{140}{14} = 10$ ✓ $\qquad$ $= \frac{-6}{14} = -\frac{3}{7}$ ✗

$\therefore n = 10$

Q find n, if

$$^{n+5}P_{n+1} = \frac{11}{2}(n-1) \cdot {}^{n+3}P_n$$

Ans. $\left\{ \because {}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} \right\}$

$$\Rightarrow \frac{(n+5)!}{(n+5-n-1)!} = \frac{11}{2} \times (n-1) \times \frac{(n+3)!}{(n+3-n)!}$$

$$\Rightarrow \frac{(n+5)!}{4!} = \frac{11}{2} \times (n-1) \times \frac{(n+3)!}{3!}$$

$$\Rightarrow \frac{(n+5)! \times 3!}{4 \times 3!} = \frac{11}{2} \times (n-1) \times (n+3)!$$

$$\Rightarrow \frac{(n+5)(n+4)(n+3)!}{(n+3)!\ 4} = \frac{11}{2}(n-1)$$
2

$$\Rightarrow (n+5)(n+4) = 22n - 22$$

$$\Rightarrow n^2 + 9n + 20 = 22n - 22$$

$$\Rightarrow n^2 + 9n - 22n + 20 + 22 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 13n + 42 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 6n - 7n + 42 = 0$$

$$\Rightarrow n(n-6) - 7(n-6) = 0$$

$$\Rightarrow (n-7)(n-6) = 0$$

$$n = 7 \text{ (or) } 6$$

# Permutations

Permutations is again divided into different topics :-

**Topic 1** : Permutations of 'n' different objects

→ "मतलब यह कि जिन objects को arrange करना हो उसमे से कोई भी object same नही होना चाहिए।"

इस topic मे हमारे पास चार formulae है तो कोई भी question आएगा Permutation of 'n' different objects पे based तो यह चार मे से कोई एक formulae लगा कर solve कर सकते है।

(P.T.O.)

# Permutation of 'n' different objects

| | Repetition not allowed | Repetition allowed |
|---|---|---|
| Taken all at a time | $n!$ | $(n)^n$ |
| Taken 'r' at a time | ${}^nP_r$ or ${}^nC_r \cdot \lfloor r$ | $(n)^r$ |

Q. In how many ways can 6 persons stand in a queue?

Ans: Reqd no. of ways =

No. of arrangements of 6 diff. objects taking all at a time

$= {}^6P_6 = (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$

$= 720$

Q. How many different signals can be made by 4 flags from 6 flags of different colours?

Ans. Required no. of signals =

no. of arrangements of 6 flags taken 4 at a time.

$= {}^6P_4 = (6 \times 5 \times 4 \times 3)$

$= 30 \times 12$

$= 360$

Q Eight athletes are participating in a race. In how many ways can the first 3 prizes be won by them?

Ans: Total no. of ways of winning first 3 prizes by 8 athletes

= no. of arrangement of 8 athletes taken 3 at a time

$= {}^8P_3 = (8 \times 7 \times 6) = 336$

Q. In how many ways can 3 different rings be worn in 4 fingers with atmost one in each finger?

Ans: Required no. of ways

= no. of ways of arranging 4 fingers taken 3 at a time.

$= {}^4P_3 = 4 \times 3 \times 2$

$= 24.$

Q. In how many ways can 5 persons occupy 3 vacant seats?

Ans: Required no. of ways

= no. of ways of arranging 5 persons taken 3 at a time.

$= {}^5P_3 = 5 \times 4 \times 3$

$= 60$ ways

(P.T.O.)

Q. In how many ways can 7 people line up at a ticket window of a cinema hall?

Ans: Required no. of ways =

No. of ~~7d~~ arrangements of 6 different objects taken all at a time.

$= {}^7P_7 = (7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2)$

$= 42 \times 20 \times 6$

$= 42 \times 12 \times 10$

$= 5040$ ways

Q. In how many ways can 5 children stand in a queue?

Ans: Required no. of ways =

No. of arrangements of 5 different objects taken all at a time

$= {}^5P_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 20 \times 6 = 120$ ways

Q. In how many ways can 6 women draw water from 6 wells, if no well remains unused?

Ans: No. of ways =

No. of arrangements of 6 different objects taken all at a time

$= {}^6P_6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 30 \times 12 \times 2$

$= 24 \times 30 = 720$ ways

Q. In how many ways can 4 different books, one each in chemistry, physics, biology and mathematics, be arranged on a shelf?

Ans: No. of ways =

No. of arrangements of 4 different objects taken all at a time

$= {}^4P_4 = (4 \times 3 \times 2 \times 1)$

$= 6 \times 4 = 24.$

Q. Six students are contesting the election for the presidentship of the students' union. In how many ways can their names be listed on the ballot papers?

Ans: No. of ways in their names be listed on the ballot papers

= no. of arrangements of 6 different objects taken all at a time.

$= {}^6P_6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 30 \times 24$

$= 720$ ways.

Q. 3 men have 4 coats, 6 waist coats and 5 caps. In how many ways can they wear them.

(P.T.O.)

Ans: ज्ञात No. of ways in which 3 Men, 4 ~~कोट~~ coat पहन सकते हैं।

= No. of arrangements of 4 coats taken 3 at a time.

$= {}^4P_3 = 4 \times 3 \times 2$

$= 6 \times 4 = 24$ ways

ज्ञात No. of ways in which 3 Men, 6 waist coat पहन सकते हैं।

= No. of arrangements of 6 waistcoats taken 3 at a time

$= {}^6P_3 = 6 \times 5 \times 4$

$= 20 \times 6 = 120$ ways

ज्ञात no. of ways in which 3 Men, 5 cap पहन सकते हैं।

= No. of arrangements of 5 caps taken 3 at a time

$= {}^5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ ways

Hence,

Required no. of ways in which they can wear them

$= (24 \times 120 \times 60)$
$= 72 \times 24 \times 100$
$= 172800$

Q. How many different signals can be given by using any no. of flags from 4 flags of different colours?

Ans: देखो यह signals बनाया जा सकता है 1 flag या 2 flag या 3 flag या 4 flag at a time.

No. of signal made by 4 flags

→ taking 1 at a time $= {}^4P_1 = 4$

→ taking 2 at a time $= {}^4P_2 = 4 \times 3$
$= 12$

→ taking 3 at a time = $^4P_3 = 4 \times 3 \times 2$
$= 6 \times 4$
$= 24$.

→ taking 4 at a time = $^4P_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$
$= 6 \times 4$
$= 24$.

Hence,

∴ Total number of signals
$= (4 + 12 + 24 + 24)$
$= 64$ ways.

Q. A code is to consist of two distinct letters followed by two distinct numbers between 1 and 9.

(i) How many such codes are there?
(ii) How many of them end with an even integer?

(P.T.O.)

Ans:

(i) how many such codes are there

logic = (choosing 2 letters out of 26) × (choosing 2 no.'s out of 9)

Now,

No. of ways of choosing 2 letters out of 26

$= {}^{26}P_2 = 26 \times 25$

$= 650$ ways

&

No. of ways of choosing 2 letters out of 9

$= {}^{9}P_2 = 9 \times 8$

$= 72$ ways

Hence,

∴ Total no. of codes $= (650 \times 72)$

$= 46800$

classmate
Date
Page

(ii) how many of them end with an even integer

इस case में extreme right position में कोई भी numbers 2, 4, 6, & 8 में से डाल सकते हैं। तो यह position can be filled in 4 ways.

अब अगला left position बचे हुए 8 No.s से भर सकते इसलिए 8 तरीके हैं इसको भरने का।

No. of ways of choosing pairs of even numbers:
$= (4 \times 8) = 32$

No. of ways of choosing 2 letters out of 26
$= {}^{26}P_2 = (26 \times 25) = 650$

logic = (No. of ways of choosing pair of even no.s) × (No. of ways of choosing 2 letters out of 26)

$= 32 \times 650$
$= 20800$ ways

Q. How many words (with or without meaning) can be made from the letters of the word 'MONDAY', assuming that no letter is repeated, when:

(i) 4 letters are used at a time?
(ii) all letters are used at a time.
(iii) all letters are used but the first letter is a vowel?

Ans: दिया हुआ word 'MONDAY' इसमें छः words हैं जिसमें कि O and A vowels हैं।

(i) When 4 letters are used at a time

Reqd. no. of words
= No. of arrangement of 6 letters taking 4 at a time
$= {}^6P_4 = (6 \times 5 \times 4 \times 3)$
$= 360$ words

classmate
Date
Page

(ii.) all letters are used at a time

Reqd no. of words
= No. of arrangements of 6 letters taking all at a time.

$= {}^{6}P_{6} = (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$
$= 30 \times 12 \times 2$
$= 24 \times 30$
$= 720$ words

(iii.) all letters are used but the first letter is a vowel?

दिया हुआ word में दो vowels हैं। इसलिए first letter को हम 2 vowels में से एक को चुन सकते हैं।

Thus, there are two ways of choosing the first letter.

No. of ways of arranging remaining 5 letters among themselves
$= 5!$
$= (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$
$= 120.$

Hence,

Required No. of words

$= (2 \times 120)$

$= 240$ words

Q. (i) How many words can be formed from the letters of the word 'TRIANGLE'?

Ans: दिया हुआ word, 'TRIANGLE' में 8 letters है।

Total no. of words formed with these 8 letters

$= {}^8P_8 = 8! = 40320$

Hence,

Required no. of words

$= 40320$

(P. T. O.)

(ii.) How many of them will begin with T and end with E?

Ans: T _ _ _ _ _ _ E

T और E को शुरुआत और अंत में fix करने के बाद बचा हुआ छह letters को arrange कर सकते खुद में $^6P_6 = 6! = 720$ ways में

Hence,
Total no. of words, each beginning with T and ending with E

$= 720$.

Q. How many words can be formed with the letters of the word 'ORDINATE' so that the vowels occupy odd places?

(P.T.O.)

**Ans:** दिया हुआ word मे 8 letters है इसलिए; अब उसमे 4 vowels & 4 consonants है।

चलो हम places को odd / even से Mark कर ले जो भरने वाला है, as shown below :—

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8)

क्योंकि vowels odd places को occupy करेगा इसलिए वह 1, 3, 5, 7 places पर placed हो सकता है।

इसलिए,

No. of ways of arranging vowels at 4 odd places

$$= {}^4P_4 = 4! = 24$$

बचा हुआ 4 letters दिया हुआ word का consonant है जो चार even places 2, 4, 6, 8 को arrange किया जा सकता है

इसलिए,

No. of ways of arranging 4 consonants at 4 even places

$= {}^4P_4 = 4! = 24$

Hence,

the total no. of words in which the vowels occupy odd places

$= (24 \times 24)$

$= 576$ words.

Q. How many 3-digit numbers can be formed by using the digits 1 to 9, if no digits is repeated?

Ans: Required no. of numbers

= No. of permutations of 9 digits taking 3 at a time.

$= {}^9P_3 = (9 \times 8 \times 7) = 504.$

Q. Find the number of 4-digit numbers that can be formed using the digits 1, 2, 3, 4, 5 if no digit is repeated. How many of them will be even?

Ans: Required No. of 4-digit no.s

= no. of arrangements of 5 digits taking 4 at a time

$= {}^5P_4 = (5 \times 4 \times 3 \times 2)$

$= 20 \times 6$

$= 120$ numbers

(Particular case)

एक even no. के लिए unit's digit 2 या 4 होगा।

इसलिए 2 ways of filling the unit's digit

No. of ways of filling remaining 3 places with the remaining 4 digits.

$= {}^4p_3 = (4 \times 3 \times 2)$
$= 12 \times 2$
$= 24$

Q. How many 6-digit telephone numbers can be constructed with the digits 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 if each number starts with 35 and no digit appears more than once?

Ans: 10 digits में से दो digits namely 3 & 5 are reserved for the two extreme left places of the desired no.s

3 5 _ _ _ _

बची हुआ 8 digits को बचे हुए चार position में place करने का तरीका

$= {}^8p_4 = (8 \times 7 \times 6 \times 5)$
$= 1680$ ways

Hence, 1680 telephone no.s can be constructed.

Q. It is required to seat 5 men & 3 women in a row so that the women occupy the even places. How many such arrangements are possible?

**Ans:**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ( ) | ( ) | ( ) | ( ) | ( ) | ( ) | ( ) | ( ) |

तो question मे यह बोला गया है की 5 Mem और 3 women को एक row मे बैठाना है जिससे की women even place पर बैठे।

तो अगर हम ध्यान से देखो तो total पाँच position है, woman के लिए पाँच place मे तीन woman को बैठाना है।

No. of ways of arranging 5 men in 5 places

$= 5! = 120$

Now,

No. of ways of arranging 3 women in 5 places

$= {}^5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 12 \times 5 = 60$

Hence,

Total such arrangements possible

$= 120 \times 60$

$= 7200$ arrangements.

Q. There are 6 items in column A and 6 items in column B. A student is asked to match each item in column A with an item in column B. How many possible, correct or incorrect answers are there to this question?

Ans:

| A | B |
|---|---|
| $A_1$ | $B_1$ |
| $A_2$ | $B_2$ |
| $A_3$ | $B_3$ |
| $A_4$ | $B_4$ |
| $A_5$ | $B_5$ |
| $A_6$ | $B_6$ |

देखो $A_1$ के पास 6 option है B में Match करवाने के लिए ; इसलिए
→ 6 ways

$A_2$ के पास 5 option है B में बचा Match करवाने के लिए, इसलिए
→ 5 ways

$A_3$ के पास 4 option है B में बचा Match करवाने के लिए ; इसलिए
→ 4 ways.

Similarly

$A_4$ → 3 ways

$A_5$ → 2 ways

$A_6$ → 1 way.

∴ possible no. of correct or incorrect

answers to this question

$= (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$
$= 30 \times 24$
$= 720$ ways.

Q. Five letters F, K, R, T and V one in each were purchased from a plastic warehouse. How many ordered pairs of letters, to be used as initials, can be formed from them?

Ans: initials मतलब होता है नाम का Short Abbreviation
ex :- Amritesh Makarchand Tomar
A.M.T.

अब देखो हमें question में यह दिया है कि हमने F, K, R, T & V हमने एक plastic warehouse से खरीद के लाया है
अब हमें यह बताना है कि कितना दो letter का initial यानी की ordered pair बनाया जा सकता है।

(P.T.O.)

= no. of ways of selecting 3 different thing out of 10 objects.

$= {}^{10}P_3 = 10 \times 9 \times 8$

$= 720$ ways.

Q. There are six periods in each working day of the school. In how many ways can one arrange 5 subjects such that each subject is allowed at least one period?

Ans: हमारे पास six period है एक working day में तो हम कितने तरीके से arrange कर सकते हैं 5 subjects को six periods में जबकी each subject is allowed at least once

5 subjects — 6 periods

6 period में से, 5 arrange किया जा सकता है $^5P_5$ ways में।

(P.T.O.)

तथा 1 period may be arranged for anyone of the five subjects in $5p_1$ ways.

∴ Required No. of ways

$$= ({}^5p_3 \times {}^5p_1)$$

Wrong Method

5 Subjects

Periods → $P_1$ $P_2$ $P_3$ $P_3$ $P_4$ $P_5$

अब देखो हमारे पास 5 subject है और इस को 6 period में arrange करना है।

Subject 1 → 6 ways
Subject 2 → 5 ways
Subject 3 → 4 ways
Subject 4 → 3 ways
Subject 5 → 2 ways

$$= (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2) = {}^6p_5$$

अब इस logic में देखो की हर arrangement में एक period में कोई भी subject appoint नहीं हो पाएगा।

Q. In how many ways can 6 pictures be hung from 4 picture nails on a wall?

Ans: | 6 pictures | | 4 picture nails |

No. of ways in which 6 pictures be hung from 4 picture nails on a wall

= No. of ways of arranging 4 different objects out of 6 given objects

$= {}^6P_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3$

$= 30 \times 12$

$= 360$ ways

(P.T.O.)

Ans: No. of ways of forming 4 lettered word out of ~~dig~~ letters of the word 'NUMBERS'.

= No. of ways of arranging 7 objects taken 4 at a time.

$= {}^7P_4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4$
$= 42 \times 20$
$= 840$ words

Q. How many words can be formed from the letters of the word 'SUNDAY'? How many of these begin with D?

Ans: 'SUNDAY' word में 6 letters है।

No. of ways/words can be formed from the letters of the word 'SUNDAY'

= No. of ways of arranging 6 objects taken all at a time.

$$= {}^6P_6 = 6!$$
$$= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$$
$$= 6 \times 6 \times 20$$
$$= 36 \times 20$$
$$= 720 \text{ words}$$

**Second Section**

No. of words that begin with 'D'

D __ __ __ __ __

अब देखो एक place already filled है और एक letter भी used है तो बचा 5 place और 5 letter

इसलिए 5 place मे 5 letters को arrange करने के तरीके

$$= {}^5P_5 = 5!$$
$$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$
$$= 20 \times 6$$
$$= 120 \text{ words.}$$

classmate
Date
Page

Q. How many words beginning with C and ending with Y can be formed by using the letters of the word 'COURTSEY'?

Ans: C _ _ _ _ _ _ Y

अब देखो पहला और अंतिम place already filled है इसलिए बचा छह place और छह letters.

∴ No. of words that can be formed so that beginning with C and ending with Y from letters of word 'COURTSEY'.

= No. of ways of arranging 6 letters taken all at a time

$= {}^6P_6$

$= 6!$

= 720 words.

Q. Find the number of permutations of the letters of the word 'ENGLISH'. How many of these begin with E and end with I?

Ans:

E _ _ _ _ _ I

अब देखो extreme right & extreme left already filled हैं इसलिए बचा 5 places और 5 letters.

∴ No. of ways of the letters of the word ENGLISH

= No. of ways of arranging 7 objects taken at a time

$= {}^7P_7 = 7!$

$= 5040$

(P.T.O.)

Now.

No. of ways of forming words such that it begin with E & end with I.

= No. of arrangement of selecting 5 objects taken all at a time.

$= {}^5P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
$= 120$ words.

In how many ways can the letters of the word 'HEXAGON' be permuted? In how many words will the vowels be together?

(P.T.O.)

Q. In how many ways can 4 letters be posted in 3 letter boxes?

Ans: हरेक letter 3 में से कोई एक letter box में post किया जा सकता है।

इसलिए, हरेक letter को 3 तरीके से post किया जा सकता है

इस कारण

∴ 4 letters को post करने के तरीके :—

$= (3 \times 3 \times 3 \times 3)$

$= 3^4 = 81$ ways.

∴ No. of permutations of 'n' different objects taken 'r' at a time when repetition of objects is allowed

$= (n)^r$

Q. In how many ways can 6 different rings be worn in 4 fingers of the hand?

Ans: हर एक Ring को चार में से किसी एक finger में पहना जा सकता है

इसलिए, हरेक Ring को 4 ways में पहना जा सकता है।

∴ 6 Rings may be worn in

$= (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4)$

$= 4^6 = 4096$ ways.

Q. In how many ways can 5 apples be distributed among 6 boys, there being no restriction to the number of apples each boy may get?

Ans: हरेक apple 6 boys में से किसी एक को दिया जा सकता है

इसलिए, हरेक apple may given in 6 ways.

∴ 5 apples given in ~~6 ways~~

$= (6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6) = 6^5 = 7776$ ways

Q. In how many ways can 3 prizes be distributed among 4 boys, when
(i.) no boy gets more than 1 prize;
(ii.) a boy may get any no. of prizes;
(iii.) no boy gets all the prizes?

Ans: (i.) When no boy gets more than 1 prize

First prize को हम किसी भी 4 boys में से एक को दे सकते हैं इसलिए, → 4 ways

Second prize को हम 3 boys में से किसी एक को दे सकते हैं, क्योंकि जिस boy को 1st prize मिला नहीं सकती। → 3 ways

third prize को हम 2 boys में से किसी एक को दे सकते हैं
→ 2 ways

∴ Required no. of ways

$= (4 \times 3 \times 2) = 24$ ways.

(ii) a boy may get any no. of prizes

First prize को 4 boys मे से किसी एक को दिया जा सकता है in → 4 ways

क्योंकि एक boy को ~~किसी~~ कितनी भी ~~no. के~~ prizes मिल सकती हैं ; इसलिए

Second prize को 4 boys मे से किसी एक को दिया जा सकता है → 4 ways.

Similarly,

third prize को 4 ways.

Hence

Required number of ways

$= (4 \times 4 \times 4)$

$= 4^3 = 64$ ways.

(iii) When no boy gets all the prizes:

No. of ways in which एक boy को सभी prize मिल जाएँ is 4, क्योंकि 4 में से कोई भी एक को सभी prizes मिल जाएगी।

Hence,

No. of ways in which a boy does not get all the prizes

$= (64 - 4) = 60$ ways.

Q. How many four-digit numbers can be formed with the digits 1, 2, 3, 4, 5, 6 when a digit may be repeated any number of times in any arrangement?

(P.T.O.)

Date
Page

Ans: साफ है कि
thousand's place को fill करने के 6 ways हैं क्योंकी 6 digits में से कोई एक digit place करेंगें।

∵ कोई restriction repetition of digits को लेकर नहीं है इसलिए each one of the hundred's, ten's and unit's digits can be filled in 6 ways.

Hence,

the reqd. no. of numbers

$= (6 \times 6 \times 6)$

$= 36 \times 6$

$= 216$ numbers.

Q. How many 4-digit numbers are there when a digit may be repeated any number of times?

(P.T.O.)

Ans. ☐ ☐ ☐ ☐

साफ है कि 0 thousand's place पर place नहीं किया जा सकता है, क्योंकी यह place को 1 to 9 में से कोई एक digit से भरा जा सकता है।

Thus, there are 9 ways of filling the thousand's place

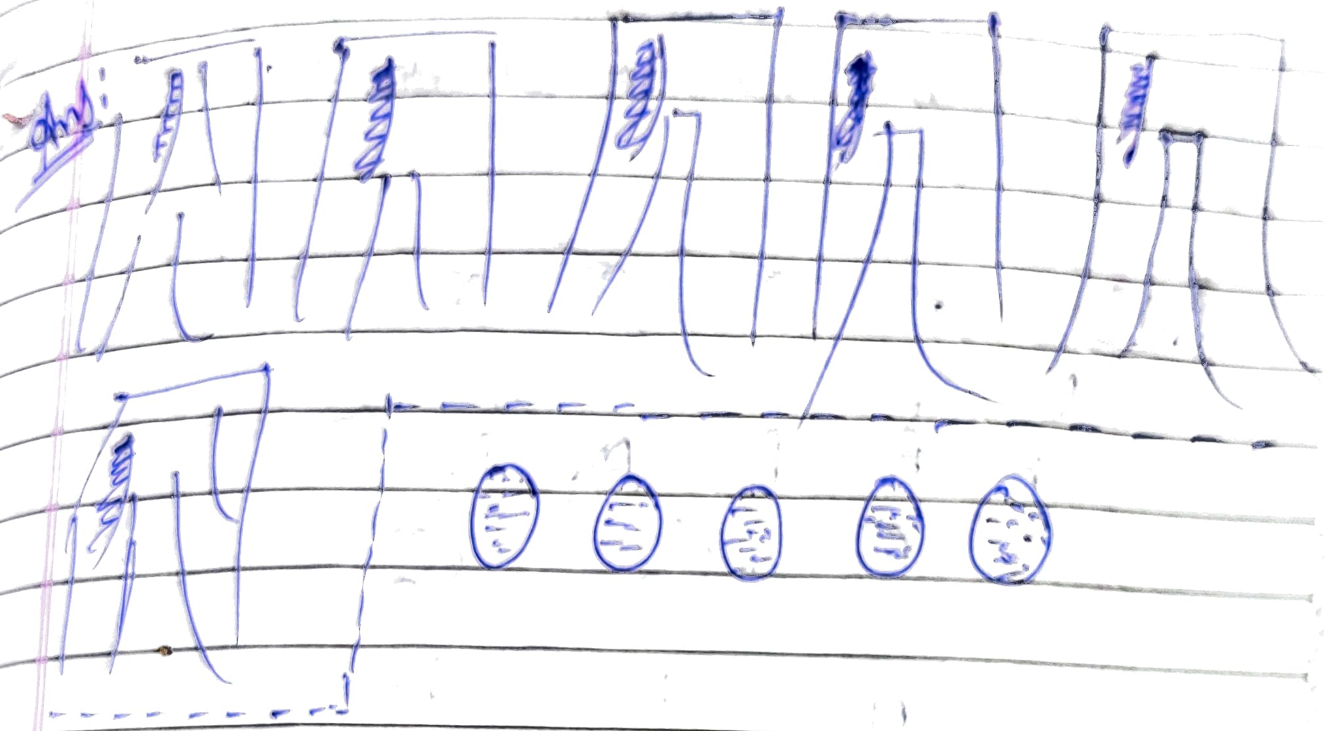
Since repetition of digits is allowed, हरेक बचा हुआ 3 place को 10 each ways से भरा जा सकता है i.e. with any digit from 0 to 9.

So, the required No. of numbers

$= (9 \times 10^3) = 9000$ Num

Q. A child has 6 pockets In how many ways can he put 5 marbles in his pocket?

Ans:



~~पहला pocket में 5 Marble~~

पहला Marble के पास छह pocket का option — 6 ways.

दूसरा Marble के पास छह pocket का option — 6 ways

similarly

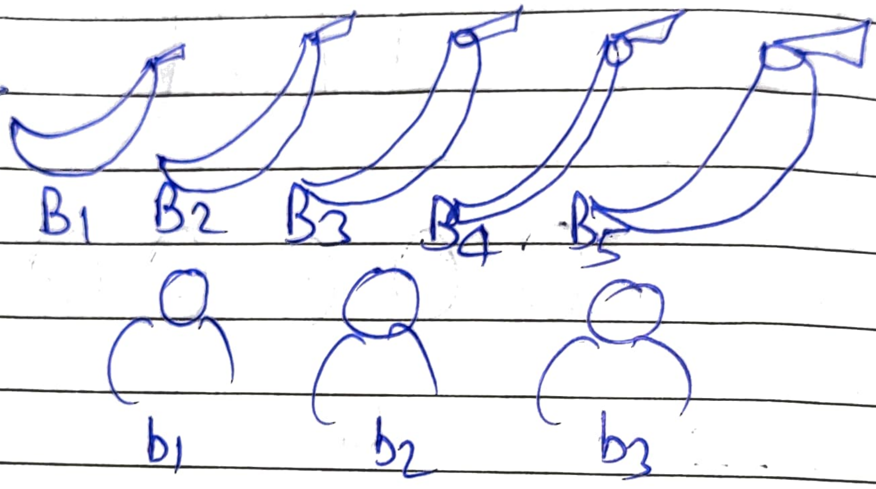
तीसरा, चौथा और पाँचवा 6 ways each

$= 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$

$= 6^5$ ways.

Q In how many ways can 5 bananas be distributed among 3 boys, there being no restriction to the number of bananas each boy may get?

**Ans:**



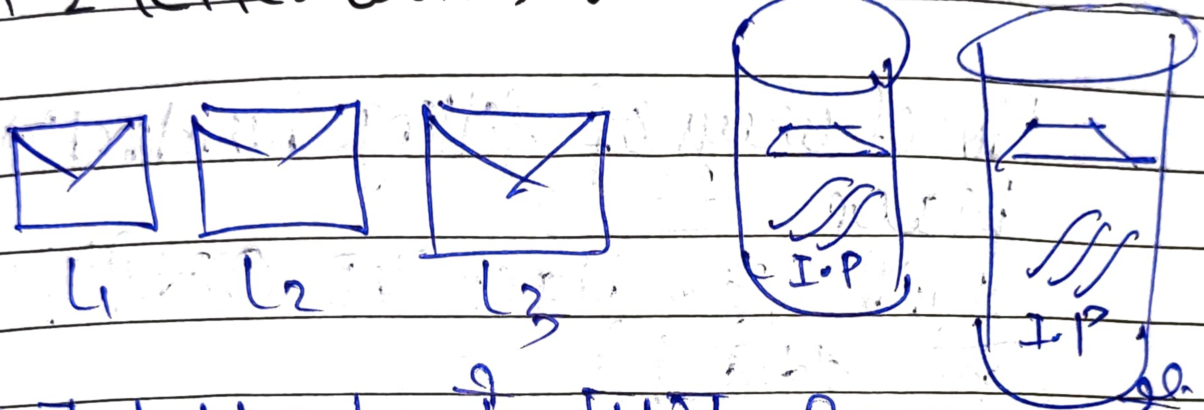

पहला banana $B_1$ को हम 3 में से
(&) किसी एक boy को दे सकते है → 3 ways
दूसरा banana $B_2$ को हम 3 में से
(&) किसी एक boy को दे सकते है → 3 ways
तीसरा banana $B_3$ को हम 3 में से
(&) किसी एक boy को दे सकते है → 3 ways
चौथा banana $B_4$ को हम 3 में से
(&) किसी एक boy को दे सकते है → 3 ways
पाँचवा banana $B_5$ को हम 3 में से
किसी एक boy को दे सकते हैं → 3 ways

$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= 3^5$ ways.

Q. In how many ways can 3 letters be posted in 2 letter boxes?

Ans:




पहला letter $L_1$ के पास 2 way है letter को post करने के लिए → 2 ways

(&) दूसरा letter $L_2$ के पास 2 way है letter को post करने के लिए → 2 ways

(&) तीसरा letter $L_3$ के पास 2 way है letter को post करने के लिए → 2 ways.

∴ No. of ways in which 3 letters be posted in 2 letter boxes

$= (2 \times 2 \times 2)$

$= 8$ ways.

Q. How many 3-digit numbers are there when a digit may be repeated any no. of times?

**Ans:**

No. of ways of filling hundred's place = 9
(क्योंकि इस place पर 0 नहीं place कर सकते।)

&

No. of ways of filling ten's place = 10.

&

No. of ways of filling unit's place = 10.

Hence, Total no. of 3-digit numbers when a digit may be repeated any no. of times

$= 9 \times 10 \times 10$

$= 900$ ways

classmate
Date
Page

Q. How many 4-digit numbers can be formed with the digits 0, 2, 3, 4, 5 when a digit may be repeated any number of times in any arrangement?

Ans: digits available → 0, 2, 3, 4, 5

□ □ □ □

No. of ways of filling thousand's place = ~~9~~ 4
(क्योंकी इस place पर 0 नहीं place कर सकते।) → 9 ways.

&

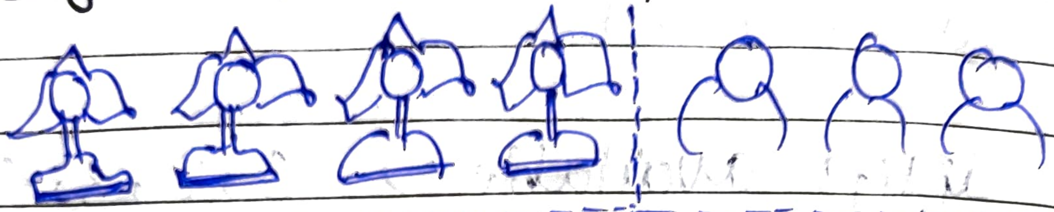
No. of ways of filling hundred's place = ~~10~~ 5
& No. of ways of filling ten's place = ~~10~~ 5
& No. of ways of filling unit's place = 5 ~~10~~

Hence, Total no. of 4-digit no.s formed with digits 0, 2, 3, 4 & 5

= (4 × 5 × 5 × 5)
= 500 numbers

Q In how many can 4 prizes be given to 3 boys when a boy is eligible for all prizes?

**Ans:**



पहला prize को तीन बच्चो में से किसी एक को देंगे i.e. 3 ways.

& दूसरा prize को तीन बच्चो में से किसी एक को देंगे i.e. 3 ways

& तीसरा prize को तीन बच्चो में से किसी एक को देंगे i.e. 3 ways

& चौथा prize को तीन बच्चो में से किसी एक को देंगे i.e. 3 ways.

$= (3 \times 3 \times 3 \times 3)$

$= 81$ ways

Q. There are 4 candidates for the post of a chairman and one is to be elected by votes of 5 men. In how many ways can the votes

Ans: 4 candidate(s) 5 men

पहले Man के पास 4 candidate को vote देना का option है → 4 ways

(4) दूसरे Man के पास 4 candidate को vote देना का option है → 4 ways

(4) तीसरे Man के पास 4 candidate को vote देना का option है → 4 ways

(4) चौथे Man के पास 4 candidate को vote देना का option है → 4 ways

(4) पाँचवे Man के पास 4 candidate को vote देना का option है → 4 ways.

∴ Total No. of ways in which votes be given

= (4 × 4 × 4 × 4 × 4)

= 1024 ways.

# Permutations of objects not all different

मतलब यह की दि गई object जिनको हम को arrange करना है उसमे से दो या उससे अधिक objects same है।

For example :-

Let's take two word "DEE" & "DOE"

| No. of arrangements of "DEE" | No. of arrangements of "DOE" |
| --- | --- |
| DEE | DOE |
| EDE | DEO |
| EED | ODE |
| | OED |
| | EDO |
| | EOD |
| (3) | (6) |

⇒ if you have three letters out of which 2 letters are same then you have '3' arrangements.

Let take word "EEE"

No. of arrangement possible = 1.

⇒ तो हमको यह समझ मे आया की जब तीन - lettered word में तीनो letter distinct था तो उसके 6 arrangement possible है;

⇒ जब तीन lettered word मे दो letter repeated थे तो 4 arrangement possible थे & जब तीनो letter same थे तो 1 arrangement possible है।

तो यह पता लगा की जैसे No. of repetition of object to be arrange बढ़ रहा है वैसे no. of arrangement घट रहा है।

तो ऐसे count करना थोड़ा difficult होगा let us try to logically see if there is any formulae to do this.

Page

illustration :-

एक example लेता हूँ
APPLE

अब "APPLE" में दो letters 'P' repeated हैं। अब मैं इन 5 letters को 5 card assume करता हूँ

| A | P | P | L | E |

___ ___ ___ ___ ___

अब मुझे इन पाँच कार्ड्स को इन 5 place में arrange करना है।

मैंने सबसे पहले card A को उठाया अब इसको मैं 5 place में कोई भी एक place में रख सकता हूँ
so, [A] card को रखने के लिए 5 ways

इसके बाद
[L] card को उठाया, इसको place करने के लिए 4 place में कोई भी एक place में रख सकता हूँ।

(P.T.O.)

इसके बाद

[E] card को उठाया, इसको place करने के लिए 3 place में कोई भी एक place में रख सकता हूँ।

अब समझो
अगर दो [P] card के जगह दो distinct letter होता let's say P & Q तो 2 & 1 ways respectively way of arrangement होता।
but, अब क्योंकि दो P (same) है; इसलिए 1 ही way होगा

APPLE → E, P, A, P, L

| E | P | A | P | L |
|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | | ↓ |
| (5) | (1) | (4) | | (3) |

इसको जब मैंने No. of arrangement निकाला "APPLE" का तो आया :-

$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

इसमे जो दो 2 आना था जब दो letter distinct होता था वो नही आया मगर मै same चीज को ऐसे लिख सकता हूँ।

$$= \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{\lfloor 2} = \frac{\lfloor 5}{\lfloor 2}$$

⇒ अगर मान लिजिए मेरे पास 3 letters repeat हो रहे है

for example "APPL" लिया

__ __ __ __ __

अब देखो A को arrange करने का 5 तरीका, L को arrange करने का 4 तरीका, पर जब हम P पे आए तो क्योंकी तीनो P same है इसलिए 1 तरीका।

$= 5 \times 4 \times 1$

(P.T.O.)

या इसको मैं ऐसा भी लिख सकता हूँ

$$= \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = \frac{5!}{3!}$$

➤ अब हमने दो तीन example देखें अब चाह रहे हैं की इन चीजों को generalize कर दें ;

जब दो letter repeat कर रहा था तो 5 objects के लिए 5! को आ रहा है ('APPLE' वाले example में) plus जितना बार letter P repeat हो रहा है वो factorial नीचे आ रहा है।

जब तीन letters repeat कर रहा था तो 5 objects के लिए 5! तो आ रहा है ('APPL' वाले example में ) plus जितना बार letter P repeat हो रहा है वो उतना का factorial नीचे आ रहा है।

So, जहाँ 'n' objects are alike

$$= \frac{\text{total arrangements}}{\lfloor n}$$

Examples :-

(i) RRAPPLE → $\frac{7!}{2! \cdot 2!}$

(ii) AADEED → $\frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!}$

(iii) AGREE → $\frac{5!}{2!}$

(iv) INDIA → $\frac{5!}{2!}$

(v) MISSISSIPPI → $\frac{11!}{4! \cdot 4! \cdot 2!}$

(vi) INDEPENDENCE

↳ $\frac{12!}{3! \cdot 2! \cdot 4!}$

## Restricted Permutation

If some objects are to be together.

let say for example

'TRIANGLE' – it has 8 letters and so it can be arranged in 8! ways.

अब हमने बोला की Find No. of arrangements when vowels are together तो जब भी तुम्हें यह word मिले "together" so this is the standard word जो आपको identify करना है question में

तो जब भी मुझे यह word 'together' मिले we will use method called "String Method"

# String Method

(T) (R) (N) (G) (L) (I A E) → $6! \times 3!$

6! ↓ external arrangement

3! ↓ internal arrangement

देखो! हमे क्या करना है no. of ways find करना है जब all vowels in word "TRIANGLE" are together तो हमने क्या किया IAE को एक string से बाँध लिया मतलब अब (I, A & E) एक object consider करेंगे

तो अब (T), (R), (N), (G), (L) & (IAE)

यानी 6 object, को arrange करने के 6! ways इसको हम external arrangement बोलेंगे।

अब देखो अब हमने external arrangement तो 6! ways मे कर दिया है।

मगर अब ध्यान दो, हमने जो तीन letters को बाँधा था तो भी तो उस box में अंदर arrange होंगे; इसलिए उनका arrangement के लिए भी 3! ways होगा (3!)

| Some instance of external arrangement | Some instance of internal arrangement |
|---|---|
| T (IAE) RNGL | IAE |
| | IEA |
| RTN (IAE) GL | EAI |
| | EIA |
| (IAE) NRTGL | AEI |
| ⋮ | AIE |

classmate
Date
Page

अब question है की all vowels did not occur together.

तो इसके लिए :-

CONCEPT

No. of arrangements when all vowels did not occur together.

= (Total arrangements) − (No. of arrangements when all vowels occur together)

$= 8! - (6! \times 3!)$

# Gap Method

⇒ "इसमे keyword है: No two objects come together."

example लिया word "TRIANGLE" को

| इसमे consonants | इसमे vowels |
|---|---|
| T | I |
| R | A |
| N | E |
| G | |
| L | |

इसमे question है की 'find the no. of ways of arranging the letters of the word "TRIANGLE' when no two vowels are together.'

_ T _ R _ N _ G _ L _

इस question को solve करने के लिए
$8! - (6! \times 3!)$ नही कर सकते
i.e. No. of ways when all vowels did not come together.

इसके लिए कुछ और logic apply करेंगे।

हमने पाँच vowels को alternate positions (एक place दो letters के बीच खाली रखते हुए) मे arrange कर दिया
तो no. of ways of arranging 5 letters in 5 places = 5!

अब मैं क्या करता हूँ यह पाँच students के बीच मे we will calculate the gaps, तो calculate करने पर 6 gaps आया।

यह 6 gaps मे कोई भी तीन gaps मे अगर मे तीनों letters को place किया तो, obviously no two vowels will be together.

**ex:**

अगर मान लो यह configuration है :

ⓘ T O R O N Ⓐ G O L Ⓔ

I और A के बीच मे T, R & N & A और E के बीच मे G & L

तो यह छः मे कर रहा है तो 6 gaps मे मे 3 letters को कैसे place कर सकता है i.e. in $^6P_3$ ways.

Hence,

No. of ways of arranging letters of word "TRIANGLE"

$= 5! \times {}^6P_3$

$= 120 \times 6 \times 5 \times 4$

$= 24 \times 5 \times 120$

$= 120 \times 120$

$= 14400$ ways

Q. Find the no. of ways in which 5 boys and 3 girls can be arranged in a row so that no two girls are together.

Ans: अब समझो यहाँ gap Method लगाएँगे

5 boys को 5 alternate place में खड़ा करने के 5! ways

② बचे हुए 6 place में 3 girls को खड़ा करने के $^6P_3$ ways.

Hence,

Total no. of ways in which 5 boys and 3 girls can be arranged in a row so that no two girls are together

$= 5! \times {}^6P_3 = 120 \times 120 = 14400$

Q O B O B O B O B O B O

Q. There are 2 English, 3 sanskrit and 4 Hindi books. In how many ways can they be arranged on a shelf so as to keep all the books of the same language together?

Ans: यहाँ String Method लगाएंगे

→ 2 English बुक्स का एक packet बना लिया (2)
→ 3 sanskrit बुक्स का एक packet बना लिया (2)
→ 4 Hindi बुक्स का एक packet बना लिया

अब हमारे पास सिर्फ तीन packet बचे

अब देखो external arrangement :-

No. of ways of arranging the 3 packets $= {}^{3}P_{3} = 3! = 6$

Now, internal arrangement :-

No. of ways of arranging 2 English books

$= 2! = 2$.

No. of ways of arranging 3 Sanskrit books

$= 3! = 6$.

No. of ways of arranging 4 Hindi books

$= 4! = 24$.

Hence,

the required number of ways

$= (2 \times 6 \times 24) \times 6$

$= 1728$ ways

(P.T.O.)

Q. In how many ways can 6 balls of different colours, namely black, white, blue, red, green and yellow be arranged in a row in such a way that the black and white balls are never together?

Ans: black ball और white ball को बांध दिया और (black & white) को एक ball मान लिया।

अब (black & white) और 4 other balls may be arranged in

$= {}^5P_5 = 5! = 120$ ways

Also, यह दो बॉल black & white can be arranged among themselves in $2! = 2$ ways

$\therefore$ Total no. of arrangements with black and white balls together

$= (120 \times 2) = 240$

Hence,

Numbers of ways of arranging 6 balls among themselves

$= {}^6P_6 = 6! = 720$

Now,

Number of ways of arranging 6 balls such that black & white balls are never together

$= (720 - 240)$

$= 480$

Q. The principal wants to arrange 5 students on a platform such that the boy Sajal occupies the second position and the girl Tanvy is always adjacent to the girl Aditi. How many such arrangements are possible?

Ans: Let the five seats be arranged as shown below

| I | II | III | IV | V |
|---|---|---|---|---|
| ☐ | S | ☐ | ☐ | ☐ |

Sajal को second position में fixed कर दिया।

क्योंकि Tanvy और Aditi को साथ में बैठना है; इसलिए first seat को ये भी नहीं occupy कर सकती है।

पहली seat can be occupied by any of the two remaining students in 2! = ways

No. of ways in which 2 seats namely III, IV (or) IV, V maybe occupied by Tanvy and Aditi

$= (2!) + (2!) = (2+2) = 4$

बचा हुआ seat, 5th student occupy कर सकती है 1 way में।

Hence, the required no. of arrangements

$= (2 \times 4 \times 1)$

$= 8.$

Q. How many words with or without meaning can be formed from the letters of the word 'DAUGHTER', so that

(i) all vowels occur together?

(ii) all vowels do not occur together?

Ans: दिया हुआ word 'DAUGHTER' में 3 vowels A, U, E और 5 consonants D, G, H, T, R.

Case (i) when all vowels occur together

(A, U, E) को एक single letter मान लिया।

फिर, this letter (A, U, E) along with 5 other letters can be arranged in

$^6P_6 = 6!$ ways
$= (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$ ways
$= 30 \times 12 \times 2$
$= 24 \times 30$
$= 720$ ways.

3 vowels को खुद में arrange करने के $3! = 6$ ways.

Hence,
the required no. of words with vowels together $= (6!) \times (3!)$

$= (720 \times 6) = 4320.$

Case (ii) When all vowels do not occur together

No. of words जो दि गई word के 8 letters के द्वारा बनाया जा सकता है

$= {}^8P_8 = 8!$
$= (8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$
$= 40320.$

Hence;

Number of words in which all ~~word~~ vowels are never together.

= (total no. of words) − (no. of words with all vowels together)

$= (40320 - 4320)$

$= 36000$

Q. In how many ways can the letters of the word 'HEXAGON' be permuted? In how many words will the vowels be together?

**Ans:**

Consonants: (H), (X), (G), (N)

Vowels: (E), (A), (O)

Let's apply **String Method**

E, A, & O को एक thread से बाँध दिया तो अब हमारे पास 5 letter बचा (H), (X), (G), N & (E, A, O).

No. of ways of arranging letters of the word 'HEXAGON'

$= 7! = 7!$

$= 5040$ ways

classmate
Date
Page

# * words in which vowels come together

= No. of ways of arranging 5 letters × No. of ways of arranging three letters

$= 5! \times 3!$
$= 120 \times 6$
$= 720$ ways.

Q. How many ways can the letters of the word 'FAILURE' be arranged so that the consonants may occupy only odd positions?

Ans: दिया हुआ word 'FAILURE' के पास 3 consonants & 4 vowels हैं जो कि seven places में arrange किया जाएगा, shown below:-

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7)

अब, 3 consonants को हम 4 marked places i.e. 1, 3, 5, 7 में से किसी भी 3 places में रख सकते हैं

Number of ways of arrang. the consonants

= No. of arrangement of 4 different objects taken 3 at a time.

$= {}^4P_3 = 24.$

(2), 4 बचे हुए vowels बचे हुए 4 places में (namely 1, 3, 5, 7) arrange होंगे in

$^4P_4 = 4! = 24$ ways

∴ Require number of ways.

= (No. of ways of arranging the consonants) × (No. of ways of arranging the vowels)

$= 24 \times 24$

$= 576$ ways.

Q. How many words can be formed out of the letters of the word 'ORIENTAL' so that the vowels always occupy the odd places?

Ans: दिया हुआ word 'ORIENTAL' में 4 vowels & 4 consonants है।

Let us fix the 8 places as shown below:

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8)

4 vowels को 4 places में arrange करने के ways (namely 1, 3, 5, 7)

$= {}^4P_4 = 4! = 24$ ways.

4 consonants को 4 places (namely 2, 4, 6, 8) in

$= {}^4P_4 = 24$ ways.

∴ Required no. of ways

$= (24 \times 24) = 576$ ways

Q. Find the no. of different permutations of the letters of the word, 'BANANA'.

Ans: देखो BANANA मे 6 letters है जिसमे three are alike of one kind (3 A's), two are alike of second kind (2 N's) and one of its own kind (1 B).

∴ Total no. of their permutations

$$= \frac{6!}{(3!) \times (2!) \times (1!)} = 60$$

Q. How many words can be formed using the letter A thrice, the letter B twice & the letter C thrice?

(P.T.O.)

Ans: हमें 8 letters दिया हुआ है namely A, A, A, B, B, C, C, C.
इन letters में तीन एक तरह के हैं (3 A's) ; two एक तरह के हैं (2 B's) और तीन एक तरह के हैं (3 C's).

Hence,
the required no. of permutations

$$= \frac{8!}{(3!) \times (2!) \times (3!)} = 560 \text{ words.}$$

Q. (i) Find how many arrangements can be made with the letters of the word 'MATHEMATICS'.

(ii) In how many of them are the vowels together ?

Ans: (i) ग्यारह letters हैं word MATHEMATICS में।
जिनमें M दो बार आता है, A तीन बार आता है & T दो बार और बाकी बचा अलग है सभी।

Page

Hence,

∴ the total no. of arrangements of the given letters

$$= \frac{11!}{(2!) \times (2!) \times (2!)} = 4989600.$$

(ii) दिए गए word में 4 vowels namely A, E, A, I.
अब इन ~~तीनों~~ को एक साथ बांध दिया, AEEA अब एक letter के भांति मानेंगे।

अब हमें 8 letters को arrange करना है ~~जिसमें~~ MTHMTICS + AEAI जिसमें की M दो बार occur होगा, T दो बार occur होगा और बचा बाकी सभी different है।

इसलिए,

No. of all such arrangements

$$= \frac{8!}{(2!) \times (2!)} = 10080$$

अब, 4 vowels में से A दो बार आ रहा है और बाकी सभी अलग है।

इसलिए, No. of arrangements of these vowels

$$= \frac{4!}{2!} = 12.$$

Hence, the no. of arrangements in which 4 vowels are together

$$= (10080 \times 12)$$

$$= 120960.$$

(P.T.O.)

Q. (I.) Find the number of arrangements of the letters of the word, 'INDEPENDENCE'.

(II) In how many of these arrangements :—

(i) do the words start with P?
(ii) do all the vowels occur together?
(iii) do the vowels never occur together?
(iv) do the words begin with I and end in P?

Ans: (I.) दिया हुआ word, 'INDEPENDENCE' में 12 letters है जिनमे N तीन बार आया है, E चार बार आया है, D 2 बार आया है और बाकी सभी अलग है

Hence,

Required no. of arrangements

$$= \frac{12!}{(3!) \times (4!) \times (2!)} = 1663200$$

Date
Page

(II.)

(i) the words start with P.

P को extreme left position में fix करने के बाद मेरे पास 11 letters बचे जिनमें को 3 N's, 4 E's, 2 D's, 1 I and 1 C.

So, the no. of words beginning with P
= no. of arrangements of 11 letters out of which there are 3 N's, 4 E's, 2 D's, 1 I and 1 C.

$$= \frac{11!}{(3!) \times (4!) \times (2!)} = 138600.$$

(ii) all vowels occur together

हमारे पास 5 vowels है चलो इसे एक single letter [E E E E I]

consonants { N, D, P, N, D, N, C }

{ E, E, E, E, I } vowels

वह letter with 7 other remaining letters will give us 8 letters जिसमें को 3 N's, 2 D's, 1 P, 1 C and 1 letter EEEEI.

No. of ~~a~~ all such arrangements

$$= \frac{8!}{(3!) \times (2!)} = 3360$$

No. of arrangements of 5 vowels, namely 4 E's and 1 I

$$= \frac{5!}{4!} = 5$$

Hence,

the no. of words in which vowels are together

$$= (3360 \times 5)$$
$$= 16800$$

(iii) vowels never occur together

No. of arrangements in which vowels do not occur together

= (total no. of arrangements) − (no. of arrangements in which vowels occur together)

$= (1663200 - 16800) = 1646400$

(iv) words begin with I and end in P:

I को extreme left में fix कर दिया और P को extreme right में fix कर दिया।
अब हमारे पास सिर्फ 10 letter बचे हैं जिसमें 3 N's, 4 E's, 2 D's and 1 C.

Hence the number of words which begin with I and end in P

$$= \frac{10!}{(3!) \times (4!) \times (2!)} = 12600$$

Q. (i) How many different words can be formed by using all the letters of the word 'ALLAHABAD'?
In how many of them:
(ii) both L's do not come together?
(iii) the vowels occupy the even positions?

Ans: (i) दिया हुआ word 'ALLAHABAD' में 9 letters हैं जिसमें 4A's, 2L's, 1H, 1B and 1D.

Hence,

The no. of different words formed by using all the letters of the given word

$$= \frac{9!}{(4!) \times (2!)} = 7560$$

(P.T.O.)

Classmate

Date ______

Page ______

(ii) मान लेते हैं, दोनों L को एक [LL] as 1 letter.

अब 8 letters, namely [LL], 4 A's, 1 H, 1 B and 1 D.

इसलिए, the number of words having both L together

$$= \frac{8!}{4!} = 8 \times 5 \times 7 \times 6$$
$$= 1680.$$

Hence,

No. of words with both L not occuring together

$$= (7560 - 1680)$$

$$= 5880 \text{ words}$$

(P.T.O.)

(iii) यहाँ पे 4 vowels है और सभी एक जैसा है i.e., 4 A's.

Also, यहाँ पे 4 even places, namely 2nd, 4th, 6th and 8th.

इसलिए अब A को हम ऊपर mentioned even places में place कर दिए, जैसा की नीचे दिखाया गया है।

□ A □ A □ A □ A □

No. of arrangements of 4 A's at 4 places

$$= \frac{4!}{4!} = 1$$

अब हमारे पास 5 letters बचा है जिसमें 2 L's, 1 H, 1 B and 1 D है।

No. of arrangements of these 5 letters at 5 places

$$= \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 20 \times 3 = 60 \text{ ways}$$

Hence

∴ The number of words in which vowels occupy even places

$$= (1 \times 60) = 60.$$

Q. In how many of the distinct permutations of the letters in 'MISSISSIPPI' do the 4 I's not come together?

Ans: दिया हुआ word MISSISSIPPI में 11 letters हैं जिसमें 4 I's, 4S's, 2 P's and 1M.

∴ Total no. of words formed by the letters of the given word

$$= \frac{11!}{(4!) \times (4!) \times (2!)} = 34650$$

अब there are 4 I's है दिया हुआ word में आप इसे IIII as 1 letter treat करेंगे।

यह single letter with दिया हुआ 7 letters will give us 8 letters out of which there are 4 S's, 2 P's, 1 M and 1 IIII

So, the number of all such arrangements in which 4 I's are together

$$= \frac{8!}{(4!) \times (2!)} = 840$$

Thus, the number of words formed when 4 I's are together = 840

Hence, the number of words formed when 4 I's are not together

$= (34650 - 840) = 33810$

Q. (i) How many words can be formed with the letters of the word, 'HARYANA'? How many of these

(ii) have H and N together?
(iii) begin with H and end with N?
(iv) have 3 vowels together?

Sol. (i) दिया हुआ word 'HARYANA' में 7 letters हैं जिसमें 1 H, 3 A's, 1 R, 1 Y and 1 N

Total number of words formed by all the letters of the given word

$$= \frac{7!}{3!} = 840$$

(ii) H, N को एक single letter [HN]

अब, [HN] + ARYAA मिल कर 6 letters होगा जिसमें 3 A's, 1 R, 1 Y & 1 [HN] हैं

(P.T.O.)

इसलिए,

Total number of all such arrangements

$$= \frac{6!}{3!} = 120$$

लेकिन H & N को खुद में हम 2! ways से arrange कर सकते हैं।

Hence,

the number of words having H & N together

$$= (120 \times 2)$$
$$= 240.$$

(iii) H को पहला position पर और N को last position पर fix करने के बाद मेरे पास 5 letters है जिसमे से 3 A's, 1 R and 1 Y.

(P.T.O.)

Hence,

the no. of words beginning with H and ending with N

$$= \frac{5!}{3!} = 5 \times 4 = 20$$

(iv) have 3 vowels together:

दिया हुआ word में 3 vowels है।
A A A और इसे [A A A] as 1 letter consider करेंगे।

अब हमें 5 letters को arrange करना है 5 places में i.e. namely
HRYN + [A A A].

Hence,

Total No. of words formed having all vowels together

$$= 5! = (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$$
$$= 120$$

Q. In how many ways can the letters of the word 'PERMUTATIONS' be arranged, if

(i.) the words start with P and end with S?

(ii.) the vowels are all together?

Ans:

(i) P को extreme left position में fix कर दिया और S को extreme right position में fix कर दिया।

अब, हमारे पास 10 letters बचा जिसमें को T 2 बार आ रहा है और बाकी सभी अलग है।

इसलिए,

required no. of arrangements

$$= \frac{10!}{2!} = 1814400$$

Date ______
Page ______

(ii) दिया हुआ word में 5 vowels हैं, namely E, U, A, I, O

इन पाँचों vowels को [EUAIO] as one letter, हमें 8 letters namely [EUAIO] + PRMTTNS को arrange करना है जिसमें T 2 बार आता है और बाकी अलग हैं।

No. of all such arrangements

$$= \frac{8!}{2!} = 20160$$

अब, 5 vowels सभी अलग हैं इसलिए वो खुद में 5! ways से arrange होगा। = 120 ways.

Hence,

the number of arrangements in which 5 vowels are together

$= (20160 \times 120)$

$= 2419200$ ways.

classmate
Date
Page

Q. If the different permutations of the word 'EXAMINATION' are listed as in a dictionary, how many items are there in the list before the first word starting with E?

Ans: dictionary में हर stage पर words को alphabetical order में arrange किया जाता है।

जब पहला word 'EXAMINATION' के letters को arrange कर के बनाया गया होगा तो वह होगा AAEIIMNNOTX.

A से शुरू करके हम बाकी 10 letters AAEIIMNNOTX जिसमें 2 I's, 2 N's और बाकी सभी different हैं। हर possible ways में

(P. T. O.)

Thus,

the number of words formed beginning with A.

$$= \frac{10!}{(2!)\times(2!)} = 907200.$$

तो dictionary में अगला word होगा
EAAIIMNNOTX.

इसलिए 907200 words हैं dictionary में जो कि E से start होने वाले word के पहले आते हैं।

Q (i) Find the number of words can be made using all the letters of the word 'AGAIN'.

(ii) If these words are written as in a dictionary, what will be the 50th word. ?

Ans: (i) दिया हुआ word 'AGAIN' में 5 letters है जिसमें 2 A's है और बाकी सभी distinct है।

Hence, the number of words formed by using all the letters of the given word

$$= \frac{5!}{2!} = 60$$

(ii) जब 'AGAIN' word के letters को dictionary में list करेंगे तो first word होगा AAGIN.

A से शुरुआत करके बाकी बचे 4 letters A, G, I, N, को arrange करने के 4! ways या 4! words i.e. 24 words

The 25th word होगा GAAIN जो कि G से start होगा।

अब G से start करके बाकी 4 letters AAIN (जिनमे A 2 बार आया & बाकी सब अलग अलग है) in all possible ways.

Number of such arrangements

$$= \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times (2 \times 1)}{2 \times 1} = 12$$

इसलिए, हमने 12 नए words बनाएँ।

तो 37th word होगा IAAGN जो की I से start होगा।

Now, I से start करके बाकी 4 letters को arrange करने के तरीके (AAGN) we get

$$\frac{4!}{2!} = 12 \text{ words.}$$

The 49th word would be NAAGI and hence the 50th word is NAAIG.

Q. How many numbers greater than a million can be formed with the digits 2, 3, 0, 3, 4, 2, 3?

Ans: देखो 1 Million = 10,00,000

इसलिए कोई भी Number जो 1 Million से बड़ा होगा, वह सभी सातों digits contain करेगा।

अब, हमें सात digits arrange करने हैं जिनमें से 2 दो बार आ रहा है और 3 तीन बार आ रहा है और बाकी अलग अलग है।

No. of such arrangements

$$= \frac{7!}{(2!) \times (3!)}$$

$$= 420$$

यह सारे arrangements में वो भी संदर्य शामिल होंगे जिनकी शुरूआती digit 0 होगी।

तो हमने zero को Million's place पर fix कर दिया उसके बाद बचा 6 digits, जिनमें 2 दो बार, 3 तीन बार, और बाकी अलग है जो की

$$= \frac{6!}{(2!) \times (3!)} = 60 \text{ ways}$$

में arrange हो सकते हैं।

<u>Hence</u>,

the number of required numbers

$= (420 - 60)$

$= 360$ ways

(P.T.O.)

Q. How many numbers greater than 400000 can be formed by using the digits 0, 2, 2, 4, 4, 5 ?

Ans: हमें six digits दिया जा रहा है और ~~हर~~ each no. greater than 400000 is a six-digit number, having 4 ~~or~~ 5 in the extreme left position

जब 4, extreme left position में होगा तो, बचा हुआ 5 places को हम 0, 2, 2, 4, 5 digits (जिसमें 2 दो बार और बाकी सभी अलग-अलग)

No. of such numbers $= \frac{5!}{2!} = 60$

जब 5, extreme left position में होगा तो, बचे हुए 5 places को हम 0, 2, 2, 4, 4 (जिसमें 2 दो बार, 4 दो बार और बाकी सभी अलग है).

No. of such numbers $= \frac{5!}{(2!) \times (2!)} = 30$

Hence, the required number of numbers
$= (60 + 30) = 90.$

Q. How many numbers can be formed using the digits 1, 2, 3, 4, 3, 2, 1 so that the odd digits always occupy the odd places?

Ans: हमे सात digits दिया हुआ है namely
1, 2, 3, 4, 3, 2, 1.

इसलिए, हमे 7-digit no. बनाना है जिस प्रकार odd digits odd places पर आएं।

हर 7-digit no. के पास 4 odd places है

दिया four odd digits are 1, 3, 3, 1 जिनमे 1 दो बार आता & 3 दो बार आता है।

(P.T.O.)

इसलिए,

No. of ways to fill up 4 odd places

$$= \frac{4!}{(2!) \times (2!)} = 6.$$

दिया है तीन even digits, जो है 2, 4, 2 जिसमे 2 आता है दो बार 4 आता है 1 बार.

इसलिए

No. of ways to fill up 3 even places

$$= \frac{3!}{2!} = 3.$$

Hence, the required no. of numbers

$$= (6 \times 3)$$
$$= 18.$$

Q. Find the total no. of permutations of the letters of each of the words given below:-

(i) APPLE
(ii) ARRANGE
(iii) COMMERCE
(iv) INSTITUTE
(v) ENGINEERING
(vi) INTERMEDIATE

Ans:

(i) 2 P's, 1 A, 1 L, 1 E

$= \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3$
$= 20 \times 3$
$= 60$ ways

(ii) 2 A's, 2 R's, 1 N, 1 G, 1 E

$= \frac{7!}{2! \times 2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{2 \times 2}$
$= 42 \times 30$
$= 1260$ ways

(P. T. O.)

(iii.) 2M's, 2E's, 2C's, 1O, 1R

$$= \frac{8!}{2! \times 2! \times 2!}$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 2}$$

$= 42 \times 20 \times 6$

$= 42 \times 12 \times 10$

$= 5040$ ways

(iv.) 3I's, 2T's, 1N, 1S, 1I, 1U, 1E

$$= \frac{9!}{3! \times 2!}$$

$$= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 2}$$

$= 72 \times 42 \times 30$

$= 3024 \times 30$

$= 90720$

$= 72 \times 15 \times 28$

$= 1080 \times 28$

$$= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1)}$$

$= 420 \times 72$

$= 30240$ ways.

(v.) 3E's, 3N's, 2G's, 2I's, 1R

$$= \frac{11!}{3! \times 3! \times 2!}$$

$$= \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(3 \times 2) \times (3 \times 2) \times 2}$$

277200

$= 1995840$ ways.

(vi.) 2I's, 1N, 2T's, 3E's, 1R, 1M, 1D, 1A

$$= \frac{12!}{(2!) \times (2!) \times (3!)}$$

$= 19958400$ ways

Q. In how many ways can the letters of the expression $x^2 y^3 z^4$ be arranged when written without using exponents?

Ans: मेरे पास 2 x's, 3 y's & 4 z's हैं और कुल 9 letters हैं।

∴ Total no. of arrangements

$$= \frac{9!}{(2!) \times (3!) \times 4!}$$

$= 1260$ ways.

Q. There are 3 blue balls, 4 red balls and 5 green balls. In how many ways can they be arranged in a row?

Ans: हमें 12 balls को arrange करना है जिसमें से की 3 एक तरह के हैं, 4 दूसरे तरह के हैं & 5 तीसरे तरह के हैं

इसलिए,

Required no. of arrangements

$$= \frac{12!}{(3!) \times (4!) \times (5!)}$$

Q. A child has three plastic toys bearing the digits 3, 3, 5 respectively. How many 3-digit numbers can he make using them?

Ans: हमें 3 objects को एक row में arrange करना है जिसमें से 2 are alike of one kind & the third one of its own kind.

∴ Total no. of arrangements

$$= \frac{3!}{2!} = 3$$

(P.T.O.)

Q. How many different signals can be transmitted by arranging 2 red, 3 yellow and 2 green flags on a pole, if all the seven flags are used to transmit a signal?

Ans: देखो इस question का कहना है कि हम कितने possible ways से signals transmitt कर सकते जिसमें signal सात flag को मिल कर बना हो।

तो सात flags है उसमें :

2 Red ; 3 yellow & 2 green Flags

Hence,

Required number of signals

$$= \frac{7!}{(2!) \times (3!) \times (2!)}$$

Q. How many words can be formed by arranging the letters of the word 'ARRANGEMENT', so that the vowels remain together?

Ans: मान लिया vowels [AAEE] को की यह एक single letter है।

अब, [AAEE] + RRNGMNT इसमें 8 letters होगा जिसमें 2 R's, 2 N's, 1G, 1M & 1T है।

No. of these arrangements

$$= \frac{8!}{(2!) \times (2!)} = 10080.$$

अब, AAEE के पास 4 letters है जिसमें से कि 2A's और 2E's है।

No. of their arrangements

$$= \frac{4!}{(2!) \times (2!)} = 6.$$

Required no. of words formed

$= (10080 \times 6)$

$= 60480$ words.

Q. How many words can be formed by arranging the letters of the word 'INDIA', so that the vowels are never together?

Ans: Word 'INDIA' में 2I's, 1A, 1N and 1D.

No. of permutations of the letters of the given word

$$= \frac{5!}{2!} = 60$$

मान लिया कि vowels [IIA] को एक letter माना।

classmate
Date
Page

अब [IIA] + ND इनमें 3 letters, जो सभी अलग हैं।

No. of their arrangements $= 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

Now, IIA has 3 letters, out of which there are 2 I's and 1 A.

Number of their arrangements $= \frac{3!}{2!} = 3$.

No. of words having all vowels together $= (6 \times 3) = 18$.

Hence,

No. of words in which all vowels are not together

= (No. of words that can be made from the given word) − (No. of words having all vowels together)

$= 60 - 18$

$= 42.$

Date
Page

Q. Find the no. of arrangements of the letters of the word 'ALGEBRA' without altering the relative positions of the vowels

Sol: दिए हुए word में 3 vowels हैं namely A, E, A जिसमें की 2 A's और 1 E हैं।

No. of arrangements of the vowels

$$= \frac{3!}{2!} = 3.$$

दिए गए word में 4 consonant हैं namely L, G, B, R.

No. of arrangements of the consonants

$$= 4! = 24.$$

∴ Required no. of arrangement

$$= (3 \times 24)$$

$$= 72.$$

classmate
Date
Page

Q. How many words can be formed from the letters of the word 'SERIES', which start with S and end with S?

Ans: S को शुरुआत मे fix करने और अंत मे fix करने के बाद हमारे पास बचा 4 letters जिसे हमे arrange करना है जिनमे ~~2A's & 1E~~ 2 E's, 1R & 1I.

No. of their arrangements

$$= \frac{4!}{2!} = 12$$

Q. In how many ways can the letters of the word 'PARALLEL' be arranged so that all L's do not come together?

(P.T.O.)

**Ans:** दिया हुआ word 'PARALLEL' में 8 letters हैं जिसमें 2 A's, 3 L's, 1 P, 1 R and 1 E।

No. of their arrangements

$$= \frac{8!}{(2!) \times (3!)} = 3360$$

मान लिया कि [L, L, L] एक letter है।

तब [L, L, L] + PARAE के पास 6 letters हैं जिसमें 2 A's और बाकी सभी distinct हैं।

No. of their arrangements

$$= \frac{6!}{2!} = 360.$$

**Now,**

Number of arrangements in which 3 L's are not together

$= (3360 - 360) = 3000$ ways.

classmate
Date
Page

Q. How many different words can be formed with the letters of the word 'CAPTAIN'? In how many of these C and T are never together?

Ans: दिया गया word 'CAPTAIN' में 7 letters हैं जिसमें 2 A's और बाकी सभी different हैं

No. of their arrangements = $\frac{7!}{2!}$

= 2520

मान लिया [L L L] को एक letter मान

अब, [L L L] + 1

मान लिया की [CT] एक letter है
तब, [CT] + APAIN के पास 6 letters जिसमें से 2 A's और बाकी सभी distinct.

No. of their arrangements = $\frac{6!}{2!}$ = 360

Also, CT can be arranged among themselves in 2!
= 2 ways.

Number of arrangements in which C and T are together

= (360 × 2) = 720

Then,

Number of arrangements in which C and T are never together
= (2520 − 720)
= 1800

Q. In how many ways can the letters of the word 'ASSASSINATION' be arranged so that all S's are together.

(P.T.O)

Ans: दिया गया word 'ASSASSINATION' मे 3 A's, 2 I's, 2 N's, 4 S's, 1 T & 1 O.

हम [SSSS] को एक letter consider करेंगे।

तब [SSSS] + AAAIINNTO के पास 10 letters है जिसमे से 3 A's, 2 I's, 2 N's, 1 T, 1 O & 1 [SSSS].

No. of their arrangements

$$= \frac{10!}{(3!) \times (2!) \times (2!)} = 151200$$

Q. (i) How many arrangements can be made by using all the letters of the word 'MATHEMATICS'?

(ii) How many of them begin with C?

(iii) How many of them begin with T?

Ans: (i) MATHEMATICS

11 words

No. of arrangements that can be made by using the letters of 'MATHEMATICS'

$$= \frac{11!}{2!\cdot 2!\cdot 2!} = 4989600$$

(ii) मान लिया की हर एक arrangement C से शुरु होता है, तब बचे हुए 10 letters में 2 M's, 2 A's, 2 T's और बाकी सभी distinct है।

No. of all such arrangements

$$= \frac{10!}{2! \times 2! \times 2!}$$

$$= 453600$$

(iii.)

मान लिया है कि arrangement I से शुरू होता है। तब बचे हुए 10 letters में 2M's, 2A's और बाकी सभी distinct हैं।

Number of all such arrangements

$$= \frac{10!}{(2!) \times (2!)} = 907200$$

Q. In how many ways can the letters of the word 'INTETERMEDIATE' be arranged so that:-

(i) the vowels always occupy even places?

(ii) the relative orders of vowels and consonants do not change?

(P.T.O.)

**Ans:** (i) दि गई word 'INTERMEDIATE' में 12 letters हैं namely 6 vowels and 6 consonants.

क्योंकी vowels को even places को occupy करना है इसलिए

N ☐ T ☐ R ☐ M ☐ D ☐ T ☐

type of arrangements, जहाँ vowels, even places को occupy करेंगे.

इसमें 6 consonants हैं namely 2 T's, 1 N, 1 R, 1 M and 1 D.

No. of arrangements of 6 consonants

$$= \frac{6!}{2!} = 360$$

The given word has 6 vowels, namely 2 I's, 3 E's and 1 A

No. of arrangements of 6 vowels

$$= \frac{6!}{(2!) \times (3!)} = 60.$$

$\therefore$ total no. of words formed

$$= 360 \times 60 = 21600$$

(ii.) the relative orders of vowels and consonants do not change?

दिया हुआ है, की हम vowel को दूसरे vowel से replace कर सकते है और हम consonant को दूसरे consonant से replace कर सकते है. given herewith.

No. of arrangements of consonants

$$= \frac{6!}{2!} = 360$$

No. of arrangements of vowels

$$= \frac{6!}{3! \times 2!} = 60$$

∴ Total number of words formed

$$= (360 \times 60)$$
$$= 21600.$$

Q. (i) Find the number of different words formed by using all the letters of the word, 'INSTITUTION'.

In how many of them

(ii) are the three T's together?

(iii) are the first two letters the two N's?

classmate
Date
Page

Ans: (i) 'INSTITUTION' word में 11 letters है जिसमे 3 I's, 3 T's, 2 N's, 1 S, 1 U & 1 O.

Total number of words

$$= \frac{11!}{(3!) \times (3!) \times (2!)} = 554400$$

(ii) [TTT] को एक letter मान लिया तो दिया हुआ word को हम ऐसे express करेंगे as [TTT] + INSIUION, जिसमे 9 letters है जिनमे 3 I's, 2 N's, 1 S, 1 U & 1 O.

No. of words in this case

$$= \frac{9!}{(3!) \times (2!)}$$

$$= 30240$$

(iii) are the first two letters the two N's

[NN] को as first letter रखे, उसके बाद बचे 9 letters को arrange करना है। जिसमे 3 I's, 3 T's, 1 S, 1 U and 1 O.

∴ Number of words formed

$$= \frac{9!}{(3!) \times (3!)} = 10080$$

Q. How many five-digit numbers can be formed with the digits 5, 4, 3, 5, 3?

Ans: □ □ □ □ □

हमें 5-digit numbers बनाना है जिसमें '5' 2 बार आता है, '3' 2 बार आता है और '4' 1 बार आता है।

∴ Required

$= \frac{\quad}{(2!)}$

Q. How many ... formed w... 2, 3, 4, 5, 4, ... the odd dig... odd places ...

Ans: हमारे पास ... 3, 5, 3 जिन... एक बार ...

Number of ... odd place...

=

हमारे पास ... namely 2, ... 2 occurs ...

classmate
Date
Page

∴ Required number of numbers

$$= \frac{5!}{(2!) \times (2!) \times (1!)} = 30.$$

Q. How many numbers can be formed with the digits 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2 so that the odd digits occupy the odd places?

Ans: हमारे पास 3 odd digits, namely 3, 5, 3 जिनमे से 3 दो बार और 5 एक बार।

Number of ways to fill the odd places

$$= \frac{3!}{2!} = 3.$$

हमारे पास चार even digits है namely 2, 4, 4, 2 out of which 2 occurs twice & 4 occurs twice.

Number of ways to fill the even places:

$$= \frac{4!}{(2!) \times (2!)} = 6.$$

**Hence,**

Required number of numbers

$$= (3 \times 6) = 18.$$

Q. How many 7-digit numbers can be formed by using the digits 1, 2, 0, 2, 4, 2, 4?

Ans: □ □ □ □ □ □ □

No. of word that can be formed using the given digits

$$= \frac{7!}{3! \times 2!} = 420$$

इसमें wo भी No. included जो 0 से शुरुआत होते हैं ; इसलिए उनको हम निकाल कर total no. of arrangements से subtract कर सकेंगे :-

No. of words that can be formed using given digits that starts with zero:

$$= \frac{6!}{3! \times 2!} = 60.$$

Hence

Total 7-digit numbers (valid)

$$= \left(\frac{7!}{3! \times 2!} - \frac{6!}{3! \times 2!}\right)$$

$$= 420 - 60$$

$$= 360 \text{ numbers}$$

Q. How many 6-digit numbers can be formed by using the digits 4, 5, 0, 3, 4, 5 ?

Ans: □ □ □ □ □ □

Total no. of digits that can be formed using given digits

$$= \frac{6!}{(2!) \times (2!)}$$

&

No. of digits which start with zero

$$= \frac{5!}{(2!) \times (2!)}$$

Hence,

Total no. of valid 6-digit numbers

$$= \frac{6!}{2! \times 2!} - \frac{5!}{2! \times 2!} = (180 - 30) = 150$$

classmate
Date
Page

# Circular Permutations

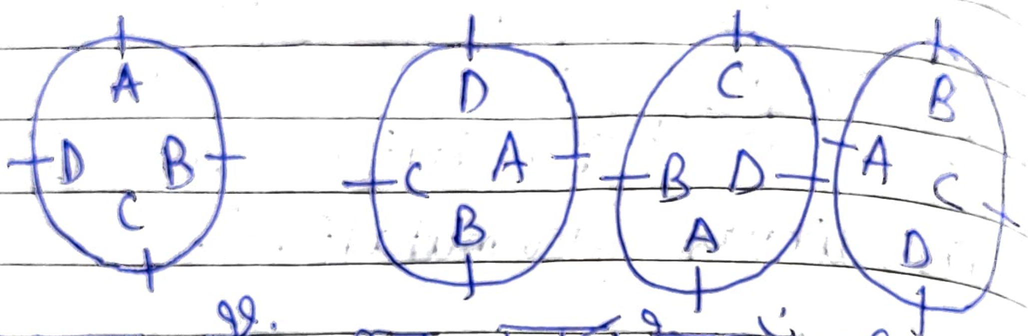
अभी तक हमने सिर्फ arrangements उन objects का किया जो एक line में arrange किए जा रहे थे। इस प्रकार के permutations are known as "linear permutations".

अब, बजाय objects को line में arrange करने के, अगर मैं उन्हें एक circle के form में arrange कर देता हूँ तो उसे "circular permutations" कहते हैं।

Circular permutations में जो महत्व रखता है वह यह की एक object का position other objects के respect में।

अगर मैं एक linear permutation consider करूँ
ABCD, BCDA, CDAB & DABC
तो यह साफ बात है की ये सभी अलग हैं।

अब मैं A, B, C, D को एक circle के circumference के along arrange कर देता हूँ।




अगर मैं यह मान/देख लूँ कि position एक objects का दूसरे के respect में तो हमें यह पता चला की सभी arrangements same है।

example

अगर चार आदमी A, B, C, D एक round table के चारों ओर बैठते है तो; जैसा की first arrangement मे दिखाया मे दिखाया है, तब अगर हरेक एक कुर्सी आगे shift हो जाऐं तो हमें दूसरा arrangement मिल जाएगा

इस arrangement में हर एक person के पास वही पुराने Ist Arrangement वाले परोसी हैं, left की ओर और right की ओर।

इसलिए, पहला और दूसरा दोनों same circular permutation हैं। Same case है third & fourth arrangements के साथ जो ऊपर दिए हुए हैं।

इसलिए, circular permutation में हम पहले एक object का position fix करेंगे और उसके बाद बाकी objects को arrange करेंगे।

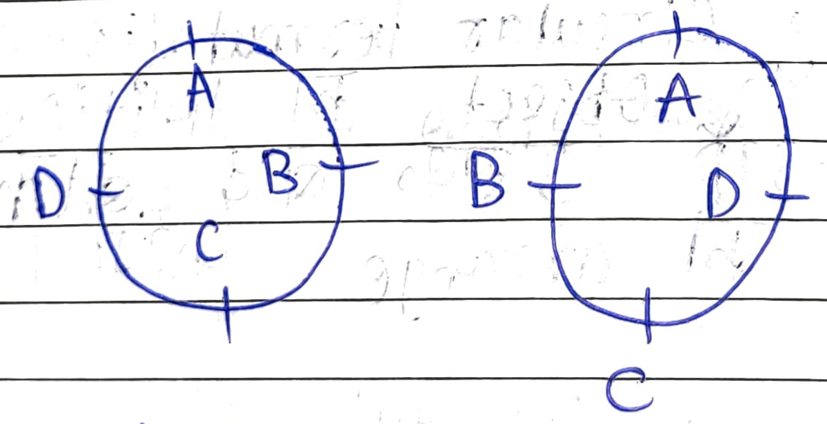
There are two types of circular permutations

(i) ऐसा circular permutation जिसमें clockwise और anticlockwise arrangements अलग-अलग permutations माने जाएँ।
e.g: seating arrangement of person round a table.

(ii) ऐसा circular permutation जिसमें clockwise & anticlockwise same permutation होते हैं।

e.g: arranging some beads to form a necklace.

Look at the circular permutations, given below:-




मान लो की A, B, C, D चार beads हैं जो एक necklace बना रही हैं।

उन्हें clockwise और anticlockwise direction में arrange किया है पहले & दूसरे arrangements में।

अगर necklace जो की first arrangement था अगर हम उसको घुमा दे clockwise to anticlockwise तो हमें दूसरा arrangement मिल जाएगा।

इसलिए, There is no difference between the above two arrangements.

## Results on circular permutations

**Theorem 1:** The number of circular permutations of n different objects is $(n-1)!$

**Proof:** एक object को एक position में fix कर सकते है n ways में।

Thus, each circular permutation corresponds to n linear permutations, depending upon where from we start.

∴ क्योंकि मेरे पास $n!$ linear permutations है यह बोलता है की यहाँ $\frac{n!}{n}$, i.e., $(n-1)!$ circular permutations है।

**Theorem 2:** The number of ways in which 'n' persons can be seated round a table is $(n-1)!$

**Proof:** एक person का position fix कर लिया और फिर बचे $(n-1)$ persons को सभी possible ways में arrange किया तो $(n-1)!$ में होगा।

**Theorem 3:** Show that the number of ways in which n different beads can be arranged to form a necklace is

$$\frac{1}{2}(n-1)!$$

**Proof:** एक bead का position fix कर दिया उसके बाद बचा हुआ $(n-1)$ beads को $(n-1)!$ ways में arrange करेंगे

classmate
Date
Page

अगर arrange करने मे clockwise & anticlockwise मे कोई अंतर नही है

∴ the required no. of ways

$= \frac{1}{2}(n-1)!$

Q. In how many ways can 8 students be arranged in a circle?

Ans: ∴ No. of ways in which 8 students can be arranged in a circle

$= (8-1)!$

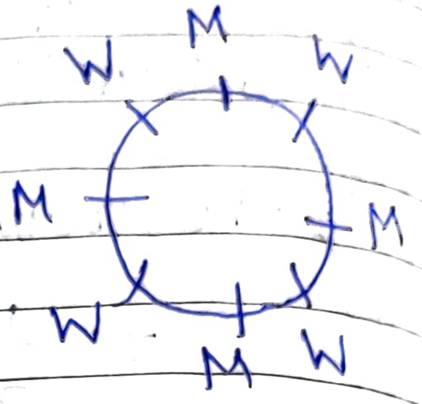
$= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 5040.$

Q. In how many ways can a party of 4 men and 4 women be seated at a circular table so that no two women are adjacent?

Ans: 4 Men एक circular table पर ऐसे बैठेंगे को दो Men के बीच एक vacant seat हो।

No. of ways in which 4 men एक circular table पर बैठे




$= 3! = 3 \times 2 = 6$

अब, बचे हुए 4 सीट 4 women के द्वारा occupied होगा

$^4P_4 = 4! = 24$ ways.

$\therefore$ The required no. of ways

$= 6 \times 24$

$= 144$ ways.

Q. If 20 persons were invited for a party, in how many ways can they and the host be seated at a circular table?

Ans. सीधी बात है की 21 persons को एक round circular table पर बैठाना है

हम पहले एक person को बिठा कर starting point fix कर देते हैं।
(मान लो की host को बिठा दिया)

बचा हुआ 20 persons को 20! ways मे arrange कर सकेंगे। ~~20! ways~~.

Hence,

The number of ways in which these 21 persons can be seated round a circular table

$= 20!$

(P.T.O.)

classmate
Date
Page

Q. If 20 persons were invited for a party, in how many ways can they and the host be seated at a circular table such that two particular persons be seated on either side of the host?

Ans:

No. of persons to be seated on the round table = 21.

∴ No. of total ways in which these 21 persons can be seated round a circular table

$$= (21-1)! = 20!$$

अब दो persons, host के दोनों में दो तरीकों से बैठ सकते हैं और बचे 18 persons circular table पे 18! ways से बैठ सकते हैं।

∴ No. of ways of seating 21 persons at a circular table with two particular persons on either side of the host

$= (2 \times 18!)$

Q. A round table conference is to be held between delegates of 20 countries. In how many ways can they be seated if two particular delegates may wish to sit together?

Ans. मान लिया की ये दो delegates एक है अब बचे 19 delegates को circular table पर 18! ways से arrange करेंगे।

यह दो delegates को आपस मे 2! ways से arrange कर सकेंगे।

$= 2 \times 1$ ways.

∴ the required number of ways

$= 2 \times (18!)$ ways.

(P.T.O.)

Q. In how many ways can 7 persons sit around a table so that all shall not have the same neighbours in any two arrangements?

Ans: 7 persons को एक round table पर 6! ways.

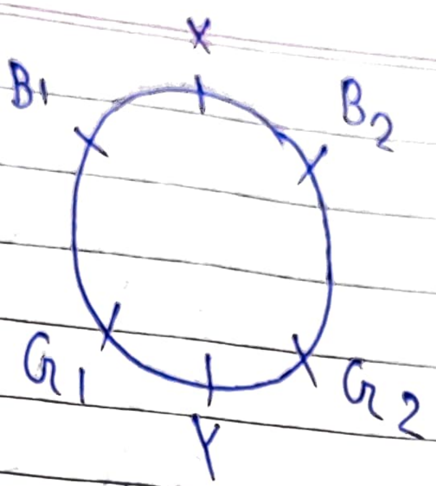
लेकिन, clockwise & anticlockwise arrangements, हर एक person के पास same neighbour है।

∴ Required no. of ways

$$= \frac{1}{2} \times 6! = 360$$

Q. 3 boys and 3 girls are to be seated around a table in a circle. Among them, the boy X does not want any girl neighbour and the girl Y does not want any boy neighbour. How many such arrangements are possible?

Ans: X और Y position को fix कर दिया




अब,

boys $B_1$, $B_2$ & girls $G_1$, $G_2$ may have their neighbours X and Y respectively.

boys $B_1$ & $B_2$ खुद में 2! ways से arrange किए जा सकते हैं (&) girls $G_1$ & $G_2$ खुद में 2! ways से arrange किए जा सकते हैं।

Hence, the required no. of arrangements
$= (2 \times 2)$
$= 4$.

Q. In how many ways can 6 persons be arranged in a circle?

Ans: The no. of ways in which 6 persons can be arranged in a circle
$= (6-1)!$
$= 5! = 120$ ways.

Q. There are 5 ~~men~~ men and 5 ladies to dine at a round table. In how many ways can they seat themselves so that no two ladies are together?

Ans: देखो सबसे पहले 5 girls को एक circular table पर alternate यानी दो गर्ल्स के बीच में एक seat खाली छोड़ते हुए बैठा दिए; अब 5 girls को हम एक round table पर (5−1)! i.e. 4! ways में arrange कर सकते हैं।

अब बचा 5 places, इन बचे 5 place में 5 boys को बैठाने का तरीका 5! ways.

इसलिए,

∴ No. of ways in which they seat themselves so that no two ladies are together

$= 5! \times 4!$

$= 24 \times 120 = 2880$ ways

( $P_1$ , $P_2$ )

अब initaly में word same नहीं होता इसलिए,
$P_1$ place को भरने के लिए हमारे पास 5 ways & $P_2$ place को भरने के लिए हमारे पास 4 ways

$= (5 \times 4)$

$= 20$ ways.

Q. Ten students are participating in a race. In how many ways can the first three prizes be won?

Ans: Total no. of participants = 10

(3 prizes)

$P_1$ $P_2$

No. of ways can the first three prizes be won

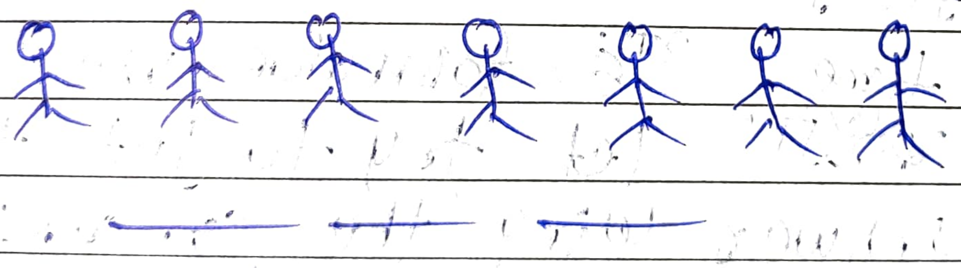
# Combinations

⇒ combinations का मतलब है "selections".

for example :-

मान लिजिए मेरे पास 7 students हैं, in how many ways can i select 3 students out of 7 given students.

तो इसको logically derive करने के लिए मैं permutations का use करती हूँ i know how to calculate permutation. So permutations का use कर के मैं combinations निकालती हूँ।



So first देखिए, मान लिजिए मेरे पास 7 students हैं; assume that i have three places.

The question is in how many ways 3 students out of these 7 students can

be arranged in these three places मान लिजिए यह question है जो की originally permutation का question है।

तो यह permutation को हम दो तरीकों से निकालेंगे :-

(i) using the formulae

No. of arrangements of 3 students out of 7 students

$= {}^{7}P_{3}$

* अब मैं क्या करूँगा second time यह formulae use नहीं करूँगा let try to get the answer using the concept of Multiplication rule.

(ii) Multiplication rule

मान लिजिए 7 students में 3 student को यहाँ खड़ा करना है तो मैं क्या करूँगा इस बार Multiplication theorem use करता हूँ।

पहले case में जो $^7p_3$ आया वो भी Multiplication theorem से ही आया कैसे 1st place में 7 लोगों को रख सकता हूँ; (में से कोई एक) next place में 6 लोगों में से कोई एक को रख सकता हूँ & last में 5 लोगों में से कोई एक को रख सकता हूँ इसलिए effectively answer आ गया $7 \times 6 \times 5$.

Now i use the same multiplication theorem in a different way.

मुझे क्या करना है, तीन places में arrange करना है लोगों को, तो i have 7 students तो instead of calling one by one ये $^7p_3$ कैसे आया, first place में 7 में से कोई एक को बुलाया place कर लिया; उसके बाद second place

के लिए six options बनाया place किया उसके बाद third place के लिए five options

This time what i will do i will not call each of them seperately मैं क्या करता हूँ आप में से कोई भी तीन लोग बाहर आ जाएं अब अलग - अलग तरीके से बाहर आ सकते हैं, जितना तरीका होता है वही number of selection होता है

मान लिजिए अब मैं पुछता हूँ आप से 3 of you come out ; in how many ways 3 of you can come out अभी मैं नही जानता let it be 'x'.

No. of selections of 3 students out of 7 students
= 'x'

so now मान लिजिए तीन लोग बाहर आ जाए अब मैं क्या करता हूँ कि तीन लोगो को 3 places मे कितना तरीके से arrange कर सकता हूँ 3! ways so, first selection के 3! arrangements आएगा ; second selection के लिए 3! arrang.s आएगा & third selection के लिए 3! arrangements आएगा वैसे ही $x$ selection के लिए $x \cdot 3!$

i.e.
No. of arrangements
$= x \cdot 3!$

तो first Method से answer $^7P_3$ आया & second method से answer $x \cdot 3!$ आया ; जहाँ '$x$' क्या है no. of selections of 3 students. तो ये दोनो तो same होना चाहिए इसलिए इन दोनो को equate कर देंगे।

$$^7P_3 = x \times 3!$$

$$\Rightarrow x = \frac{^7P_3}{3!} = {}^7C_3$$

Sol:

No. of selections is same as No. of permutation divided by $r!$

i.e. $${}^mC_r = \frac{{}^mP_r}{r!}$$

So you see the relation b/w permutation & combination

→ no. of arrangements divided by $r!$ तो no. of selections आएगा।

→ no. of selections multiplied by $r!$ करेंगे तो no. of arrangements आएगा।

* No. of selections or combinations of 'r' objects out of 'm' different objects

$$= \frac{{}^mP_r}{r!} = {}^mC_r$$

## Some points on $^nC_r$ :—

⟨1.⟩ $^nC_r = \frac{n!}{(r!) \times (n-r)!}$

⟨2.⟩ $^nC_r = \frac{n(n-1)(n-2)\dots \text{ to } r \text{ factors}}{r!}$

⟨3.⟩ $^nC_n = {}^nC_0 = 1$

⟨4.⟩ $^nC_r = \frac{^nP_r}{r!}$

## Properties of $^nC_r$ :—

⟨1.⟩ $^nC_r = {}^nC_{n-r}$ $\quad$ for $[0 \le r \le n]$

⟨2.⟩ $^nC_x = {}^nC_y$

only when

(i) $x = y$

(ii) $x + y = n$

⟨3.⟩ $^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$ $\quad$ for $[1 \le r \le n]$

classmate
Date
Page

⟨4.⟩ $$\frac{{}^{n}C_{r-1}}{{}^{n-1}C_{r-1}} = \frac{n}{(n-r+1)}$$

⟨5.⟩ $$\frac{{}^{n}C_{r}}{{}^{n-1}C_{r-1}} = \frac{n}{r}$$

⟨6.⟩ $$\frac{{}^{n}C_{r}}{{}^{n}C_{r+1}} = \frac{r+1}{n-r}$$

classmate
Date
Page

Q. If ${}^{n}C_8 = {}^{n}C_6$, find ${}^{n}C_3$.

Ans: हमे पता है कि ${}^{n}C_p = {}^{n}C_q$ &
$p \neq q \Rightarrow n = p+q$.

$\therefore {}^{n}C_8 = {}^{n}C_6$

$\Rightarrow n = 8+6 = 14$.

Hence

$${}^{14}C_3 = \frac{14 \times 13 \times 12}{3!} = \frac{14 \times 13 \times \cancel{12}^{2}}{\cancel{3 \times 2 \times 1}}$$

$$= 26 \times 14$$
$$= 364$$

Q. If ${}^{n}C_{r-1} : {}^{n}C_r : {}^{n}C_{r+1} = 3:4:5$, find the values of $n$ and $r$.

Ans: अब मेरे पास है

$$\frac{{}^{n}C_r}{{}^{n}C_{r+1}} = \frac{r+1}{n-r} \quad \text{—— (i)}$$

अब question से यह information है मेरे पास :-

$$\frac{^nC_r}{^nC_{r+1}} = \frac{4}{5}$$

↳ इसको हम (i) में put किए तो हमको मिला :-

$$\frac{r+1}{n-r} = \frac{4}{5}$$

$\Rightarrow 5r + r = 4n - 4r$

$\Rightarrow 4n - 9r = 5$ —— (ii)

'r' को (r−1) से replace किए (i) में तो मुझे मिला,

$$\frac{^nC_{r-1}}{^nC_r} = \frac{r}{n-r+1}$$ —— (iii)

अब question से यह information है मेरे पास :-

Date
Page

$$\frac{^mC_{r-1}}{^mC_r} = \frac{3}{4}$$

↳ इसको हम (iii) में put किए तो हमको मिला :-

$$\frac{r}{m-r+1} = \frac{3}{4}$$

$\Rightarrow 3m - 3r + 3 = 4r$ ——— (iv)

$\Rightarrow 3m - 7r = -3$

On solving (ii) & (iv), we get

$m = 62$ & $r = 27$.

Q. If ${}^{2m}C_3 : {}^{m}C_3 = 11:1$ ; find 'm'.

Ans:

$${}^{2m}C_3 = \frac{2m(2m-1)(2m-2)}{3!}$$

$$= \frac{2m(m-1)(2m-1)}{3}$$

&

$${}^{m}C_3 = \frac{m(m-1)(m-2)}{3!} = \frac{m(m-1)(m-2)}{6}$$

Hence

$$\frac{{}^{2m}C_3}{{}^{m}C_3} = \frac{2m(m-1)(2m-1)}{3} \times \frac{6}{m(m-1)(m-2)}$$

$$= \frac{4(2m-1)}{(m-2)}$$

अब

$$\frac{{}^{2m}C_3}{{}^{m}C_3} = \frac{11}{1} \Rightarrow \frac{4(2m-1)}{(m-2)} = \frac{11}{1}$$

$\Rightarrow 8n - 4 = 11n - 22$

$\Rightarrow 3n = 18$

$\Rightarrow n = \frac{18}{3} = 6 \quad \therefore \boxed{n=6}$

Q. If ${}^nP_r = {}^nP_{r+1}$ & ${}^nC_r = {}^nC_{r-1}$, find n and r.

Ans: ${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} \longrightarrow (i)$

& ${}^nP_{r+1} = \frac{n!}{(n-r-1)!} \longrightarrow (ii)$

since the relation is

$${}^nP_r = {}^nP_{r+1}$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r-1)!}$$

$$\Rightarrow (n-r)! = (n-r-1)!$$

$\Rightarrow (n-r) \times (\cancel{n-r}-1)! = (\cancel{n-r}-1)!$

$\Rightarrow n - r = 1$ —— (i)

$\because {}^nC_r = {}^nC_{r-1} \Rightarrow \dfrac{{}^nC_r}{{}^nC_{r-1}} = 1$

$\Rightarrow \dfrac{n-r+1}{r} = 1$

$\Rightarrow n - 2r = -1$ —— (ii)

On solving (i) & (ii), we get

$n = 3$ and $r = 2$.

Q. Prove that :-

$${}^{2n}C_n = \frac{2^n \times [1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)]}{n!}$$

Ans: L.H.S. $= {}^{2n}C_n$

$$= \frac{(2n)!}{(n!)\cdot(2n-n)!} = \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

$$= \frac{[(2n)(2n-1)(2n-2)\cdots 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1]}{(n!)^2}$$

$$= \frac{[(2n)(2n-2)(2n-4)\cdots 4\cdot 2]\times[(2n-1)(2n-3)\cdots 5\cdot 3\cdot 1]}{(n!)^2}$$

$$= \frac{2^n[n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1]\times[(2n-1)(2n-3)\cdots 5\cdot 3\cdot 1]}{(n!)^2}$$

$$= \frac{2^n\times(n!)\times[1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-3)(2n-1)]}{(n!)^2}$$

$$= \frac{2^n\times[1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-3)(2n-1)]}{(n!)}$$

hence proved

Date
Page

Q Prove that :-

$${}^{4n}C_{2n} : {}^{2n}C_{n} = [1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times (4n-1)] : [1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times (2n-1)]^2$$

Ans: मेरे पास दिया है :-

$${}^{4n}C_{2n} = \frac{(4n)!}{(2n)! \times (2n)!} \times \frac{(n!) \times (n!)}{(2n)!}$$

$$= \frac{(4n)! \times (n!)^2}{(2n)! \times [(2n!)]^2}$$

$$= \frac{[1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (4n-1)(4n)] \times (n!)^2}{(2n)! \times [1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (2n-2)(2n-1)(2n)]^2}$$

$$= \frac{[1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (4n-1)] \times [2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (4n)] \times (n!)^2}{(2n)! [1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)]^2 \times 2^{2n} \times (n!)^2}$$

$$= \frac{[1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (4n-1)]}{[1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)]^2}$$

(P.T.O.)

$\therefore {}^{4m}C_{2m} : {}^{2m}C_{m} = [1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (4m-1)] : [1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2m-1)]^2$

hence proved

Q. If ${}^{m+2}C_8 : {}^{m-2}P_4 = 57 : 16$, find m ?

Ans: मेरे पास दिया है कि :-

$${}^{m+2}C_8 = \frac{(m+2)!}{(8!) \times (m+2-8)!} = \frac{(m+2)!}{(8!)(m-6)!}$$

$$\left\{ \because {}^{m}C_{r} = \frac{m!}{(r!) \times (m-r)!} \right\}$$

(2)

$${}^{m-2}P_4 = \frac{(m-2)!}{(m-2-4)!} = \frac{(m-2)!}{(m-6)!}$$

$$\left\{ \because {}^{m}P_{r} = \frac{m!}{(m-r)!} \right\}$$

Now,

$$\frac{{}^{m+2}C_8}{{}^{m-2}P_4} = \frac{57}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{(n+2)!}{(8!)\times(n-6)!} \times \frac{(n-6)!}{(n-2)!} = \frac{57}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{(n+2)(n+1)\,n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!\times 8!} = \frac{57}{16}$$

$$\Rightarrow (n+2)(n+1)\,n(n-1) = \frac{57}{16}\times 8!$$

$$\Rightarrow (n+2)\cdot(n+1)n(n-1) = \frac{57}{16}\times 8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1$$

$$= (n+2)(n+1)(n)(n-1) = 21\times20\times19\times18$$

$$\Rightarrow n-1 = 18 \quad \Rightarrow \boxed{n=19}$$

Hence

$$\boxed{n=19}$$

Q. If ${}^{n}C_7 = {}^{n}C_5$, find $n$.

Ans: $\left\{ \because {}^{n}C_x = {}^{n}C_y \right.$ only when $n = x + y ; x \neq y$

$\Rightarrow n = 7 + 5$
$= 12$ $\quad \therefore n = 12$

Q. If ${}^{n}C_{14} = {}^{n}C_{16}$, find $n$.

Ans: $\left\{ \because {}^{n}C_x = {}^{n}C_y \right.$ only when $n = x + y ; x \neq y \}$

$\Rightarrow n = 14 + 16$
$= 30$ $\quad \therefore n = 30$

Q. If ${}^{n}C_{16} = {}^{n}C_{19}$, find $n$.

Ans: $\left\{ \because {}^{n}C_x = {}^{n}C_y \right.$ only when $n = x + y ; x \neq y \}$

$\Rightarrow n = 19 + 16$
$= 45$

## Practical problems on Combinations

Q. In how many ways can a cricket eleven be chosen out of a batch of 15 players, if:

(i.) there is no restriction on the selection?

(ii.) a particular player is always chosen?

(iii.) a particular player is never chosen?

Ans: (i) Total no. of ways of selecting 11 players out of 15.

$$\Rightarrow {}^{15}C_{11} = {}^{15}C_{15-11} = {}^{15}C_4$$

$$= \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12}{\lfloor 4}$$

$$= \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 1365.$$

classmate
Date
Page

ii.) जब एक player हमेशा choose करा जाता है, तो उसका मतलब यह है की हमें 10 player अब चुनने हैं बचे 14 मे से (क्योंकी एक तो already selected है।)

∴ required number of ways

$$= {}^{14}C_{10} = {}^{14}C_{14-10} = {}^{14}C_4$$

$$= \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 1001$$

iii.) जब एक player हमेशा नही चुना जाता है, अब हमे 11 player चुनने हैं बचे 14 players मे से।

∴ required number of ways

$$= {}^{14}C_{11} = {}^{14}C_{14-11} = {}^{14}C_3$$

$$= \frac{14 \times 13 \times 12}{3 \times 2 \times 1} = 364$$

Q In how many ways can a commitee of 5 members be selected from 6 men and 5 ladies, consisting of 3 men and 2 ladies ?

Ans: हमें select करना है
(3 men 6 Men's में से) and
(2 ladies 5 ladies में से)

∴ required no. of ways

$= ({}^6C_3 \times {}^5C_2)$

$= \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1}$

$= (20 \times 10) = 200$

Q. Out of 5 men and 2 women, a committee of 3 is to be formed. In how many ways can it be formed if at least one woman is to be included?

classmate

Date

Page

Ans: Commitee बनता है by choosing
(i.) 1 woman and 2 men; (or)
(ii.) 2 women and 1 man.

अब

No. of ways of choosing (1 woman out of 2) and (2 men out of 5)

$$=({}^2C_1 \times {}^5C_2) = \frac{2 \times 5 \times 4}{2 \times 1} = 20$$

(or),

No. of ways of choosing (2 women out of 2) and (1 man out of 5)

$$=({}^2C_2 \times {}^5C_1) = 1 \times 5 = 5$$

Hence,

Total number of ways of forming the committee

$$=(20 + 5) = 25.$$

(b) at most 2 ladies are included

यह दो तरीके से हो सकता है

(1 lady out of 4) & (4 men out of 6)

or (2 ladies out of 4) & (3 men out of 6)

∴ The no. of ways of these selections are :—

$= ({}^4C_1 \times {}^6C_4) + ({}^4C_2 \times {}^6C_3)$

$= (4 \times 15) + (6 \times 20)$

$= 60 + 120$

$= 180$

Q An examination paper containing 12 questions consists of two parts, A and B. Part A contains 7 questions and Part B contains 5 questions. A candidate is required to attempt 8 questions, selecting at least 3 from each part. In how many ways can the candidate select the questions?

Date
Page

**Ans.** स्पष्ट है कि Candidate इन mentioned ways से questions को select कर सकता है.

(i.) (3 out of 7 from A) and (5 out of 5 from B)

**or** (ii.) (4 out of 7 from A) and (4 out of 5 from B)

(iii.) (5 out of 7 from A) and (3 out of 5 from B)

∴ Number of ways of these selections are:

$$= \left({}^7C_3 \times {}^5C_5\right) + \left({}^7C_4 \times {}^5C_4\right) + \left({}^7C_5 \times {}^5C_3\right)$$

$$= 35 + 175 + 210$$

$$= 420.$$

Q. For the post of 5 teachers, there are 23 applicants. 2 posts are reserved for SC candidates and there are 7 SC candidates among the applicants. In how many ways can the selection be made?

Sol: सायप है कि मेरे पास 7 SC candidates & 16 non-SC candidates.

इसलिए हमे selection करना है (2 out of 7) and (3 out of 16).

Hence,

No. of ways of making the selection

$= {}^7C_2 \times {}^{16}C_3$

$= \frac{7 \times 6}{2} \times \frac{16 \times 15 \times 14}{3 \times 2 \times 1}$

$= 11760$

Date
Page

Q. A box contains 6 red and 5 white balls. In how many wa[ys] can 6 balls be selected so tha[t] there are at least two balls of each colour?

Ans: साफ है कि हम 6 ball को following ways से select कर सकेंगे जैसे कि कम से कम दो ball हर एक colour का हो :-

(i) (2 red balls out of 6) & (6 white balls out of
or (ii) (3 red balls out of 6) & (3 white balls out o[f]
or (iii) (4 red balls out of 6) & (2 white balls out of

∴ No. of ways of these selections are.

$$= ({}^6C_2 \times {}^5C_4) + ({}^6C_3 \times {}^5C_3) + ({}^6C_4 \times {}^5C_2)$$

$$= 75 + 200 + 150$$
$$= 425.$$

Date
Page

Q. How many committees of 5 persons with a chairperson can be selected from 12 persons?

Ans: वैसे इस question में यह confusion हो सकती है कि 5 person + 1 chairman या 4 person + 1 chairman तो इसका जवाब है की बाद वाला सही है यानी 4 person को select करना है और एक chairperson को select करना है।

No. of ways of selecting a chairperson out of 12 persons

$= {}^{12}C_1 = 12$

No. of ways of selecting 4 persons out of remaining 11 persons

$= {}^{11}C_4 = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$

$= 330$

Hence,

Required no. of ways

$= (12 \times 330)$

$= 3960$

Q. A box contains 3 black, 2 white and 4 red balls. In how many ways can 3 balls be drawn from the box, if at least one black ball is to be included in the draw?

Ans: तो question के माँग के अनुसार हम data लिखते हैं :—

We have

3 black and 6 non-black balls

हम select कर सकते हैं

(i) (1 black balls out of 3) & (2 non-black balls out of 6)

Or (ii) (2 black balls out of 3) & (1 non-black balls out of 6)

Or (iii) (3 black balls out of 3).

$= ({}^3C_1 \times {}^6C_2) + ({}^3C_2 \times {}^6C_1) + ({}^3C_3)$

$= 45 + 18 + 6 = 69.$

Q. A group consists of 7 boys and 4 girls. In how many ways can a team of 5 members be selected, if the team has:

(i.) no girls?

(ii.) at least 1 boy and 1 girl?

(iii.) at least 3 girls?

Ans: (i) if no girls to be selected

तो अब हमें 5 boys select करने हैं 7 boys में से :-

∴ required no. of ways

$= {}^7C_5 = {}^7C_{7-5} = {}^7C_2$

$= \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$

(ii) when at least 1 boy and 1 girl

यह case below mentioned तरीके से हो सकता है :-

(1 boy and 4 girls) or (2 boys and 3 girls) or (3 boys and 2 girls) or (4 boys and 1 girls)

∴ required No. of ways.

$$= ({}^7C_1 \times {}^4C_4) + ({}^7C_2 \times {}^4C_3) + ({}^7C_3 \times {}^4C_2) + ({}^7C_4 \times {}^4C_1)$$

$$= 7 + 84 + 210 + 140$$

$$= 441.$$

(P.T.O.)

(iii) when at least 3 girls are taken
यह हम इन तरीको से कर सकते हैं:–

(3 girls and 2 boys) or (4 girls and 1 boy)

∴ required no. of ways

$= ({}^4C_3 \times {}^7C_2) + ({}^4C_4 \times {}^7C_1)$

$= ({}^4C_1 \times {}^7C_2) + (1 \times {}^7C_1)$

$= 4 \times \frac{7 \times 6}{2 \times 1} + (1 \times 7)$

$= 12 \times 7 + 7$

$= 84 + 7$

$= 91.$

Q. A bag contains 6 white marbles and 5 red marbles. Find the no. of ways in which 4 marbles can be drawn from the bag, if

(a.) they can be of any colour;
(b.) 2 must be white and 2 red
(c.) they must all be of the same colour.

Ans:

(a.) Drawing 4 marbles of any colour:

Total no. of marbles = (6 + 5)
= 11

इस case में हमें 4 marbles 11 marbles में से निकालना है।

∴ required no. of ways

$= {}^{11}C_4$

$= \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$

= 330.

(b.) Drawing 2 white and 2 red marbles
यह हम ऐसे draw कर सकेंगे

(2 white marbles out of 6) and
(2 red marbles out of ~~6~~ 5)

∴ required number of ways

$= \left({}^6C_2 \times {}^5C_2\right)$

$= \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1}$

$= 25 \times 6 = 150$

(c) Drawing 4 marbles of the same colour
हम ऐसे draw कर सकेंगे

(4 white marbles out of 6) or (4 red marbles out of 5)

(P.T.O.)

∴ required number of ways

$= ({}^{6}C_4 + {}^{5}C_4)$

$= {}^{6}C_2 + {}^{5}C_1$

$= \left(\frac{6 \times 5}{2 \times 1} + 5\right)$

$= 20$

Q. We wish to select 6 persons from 8, but if the person A is chosen, then B must be chosen. In how many ways can the selection be made?

Ans: हमारे पास दो cases है:
या तो (either A is chosen)
(or) (A is not chosen)

(P. T. O.)

Case I: जब A choo

इस case मे A
B भी choose है

अब, हमें 4 person
है चुने

∴ required no. of

$= {}^{6}C_4 = {}^{6}C$

Case II: जब A

इस case मे ह
choose करना

∴ required

Combining both t

Total no. of

classmate

Date
Page

Case I: जब A choose कर लिया गया

इस case मे A भी choose हुआ और B भी choose हुआ.

अब, हमे 4 persons और choose करने है बचे हुए 6 मे से।

∴ required no. of ways

$$= {}^6C_4 = {}^6C_2 = \frac{\overset{3}{\cancel{6}} \times 5}{\cancel{2} \times 1} = 15.$$

Case II: जब A नही choose करेंगे

इस case मे हमें 6 persons को choose करना है 7 persons मे से।

∴ required no. of ways $= {}^7C_6 = {}^7C_1 = 7$

Combining both the cases, we have

Total no. of ways $= (15+7) = 22.$

Q. Find the number of ways of choosing 4 cards from a pack of 52 playing cards. In how many of these

(i) 4 cards are of the same suit?
(ii) 4 cards belong to four different suits?
(iii) 4 cards are face cards?
(iv) 2 are red cards and 2 are black cards?
(v) cards are of the same colour?

Ans:

| Diamond | Spade | Club | Heart |
|---|---|---|---|
| 13 cards | 13 cards | 13 cards | 13 cards |

Face cards = 12

Red cards = 26

Black cards = 26

Number of ways of choosing 4 cards out of 52.

$= {}^{52}C_4$

$= \frac{52 \times 51 \times 50 \times 49}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$

$= 270725$

(i) Choosing 4 cards of the same suit :
इसे draw करना है ऐसे :-

(4 cards from 13 cards of Diamond)
or (4 cards from 13 cards of spade)
or (4 cards from 13 cards of club)
or (4 cards from 13 cards of heart).

∴ required no. of ways.

$$= \left( {}^{13}C_4 + {}^{13}C_4 + {}^{13}C_4 + {}^{13}C_4 \right)$$

$$= 4 \times {}^{13}C_4$$

$$= \frac{\cancel{4} \times 13 \times \cancel{12}^{2} \times 11 \times 10}{\cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1}$$

$$= 2860$$

(ii) Choosing 4 cards from 4 different suits
इसे draw करना है ऐसे :-

(P.T.O.)

(1 card from 13 cards of diamond)
and (1 card from 13 cards of spade)
and (1 card from 13 cards of club)
and (1 card from 13 cards of heart)

∴ required no. of ways

$$= {}^{13}C_1 \times {}^{13}C_1 \times {}^{13}C_1 \times {}^{13}C_1$$

$$= 13 \times 13 \times 13 \times 13$$

$$= (13)^4 \text{ ways}$$

(iii.) Choosing 4 cards out of 12 face cards

हमें 4 cards चुनने हैं 12 face cards में से

∴ required no. of ways.

$$= {}^{12}C_4 = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= 45 \times 11 = 495$$

classmate
Date
Page

(iv) choosing 2 red cards & 2 black cards

हमें 2 card चुनने हैं हर एक pack of 26 red cards & 26 black cards से

∴ reqd. no. of ways

$$= \left({}^{26}C_2 \times {}^{26}C_2\right)$$

$$= \left(\frac{26 \times 25}{2}\right)^2 = 325 \times 325$$

$$= 105625$$

(v) choosing all the 4 cards of the same colour

हमें 4 cards choose करने हैं 26 black cards में से या 4 cards choose करने हैं 26 red cards में से

∴ Required no. of ways

$$= {}^{26}C_4 + {}^{26}C_4$$

$$= 2 \times {}^{26}C_4 = 2 \times \frac{26 \times 25 \times 24 \times 23}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= 29900$$

Q. From a class of 25 students, 10 are to be chosen for an excursion party. There are 3 students who decide that either all of them will join or none of them will join. In how many ways can they be chosen?

Ans: एक class में 25 बच्चे हैं
10 को choose करना है party पर जाने के लिए

3 बच्चों ने यह decide किया कि या तो सभी जाएगें या कोई नहीं जाएगा।

Case I: जब 3 particular students join the party:

इस case में हमें 7 बच्चे choose करने हैं 22 बच्चों में से।

यह होगा in $^{22}C_7$ ways.

Case II: जब 3 particular students party नहीं join करें।

इस case में, हमें 19 students choose करने है 22 students में से

यह होगा $^{22}C_{10}$ ways में।

Hence, the required No. of ways

$$= \left( ^{22}C_7 + ^{22}C_{10} \right) = 817190$$

Q. A boy has 3 library ticket and 8 books of his interest in the library. Of these 8, he does not want to borrow Mathematics Part II, unless Mathematics Part I is also borrowed. In how many ways can he choose the 3 books to be borrowed?

माना है कि boy या तो Mathematics Part-II borrow कर सकता है या नहीं कर सकता।

**Case I:** जब एक boy Mathematics Part-II borrow करता है।

अब, इस case में वह Mathematics Part-I भी borrow करेगा।

क्योंकी उसके पास 3 library tickets है,

इसलिए वह 1 book borrow कर सकता है बचे हुए 6 books में से।

यह काम $^6C_1 = 6$ ways मे होगा।

**Case II:** जब एक boy Mathematics Part-II नही borrow करेगा

तब, वह 3 books borrow करेगा बचे हुए 7 books में से।

यह काम $^7C_3$ ways मे होगा

$$= \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35 \text{ ways.}$$

Hence,

The required no. of ways = (6+35)
= 41 ways.

In an examination, a candidate has to pass in each of the 5 subjects. In how many ways can he fail?

Candidate जो है वह fail कर सकता है
by failing in :-
(i) 1 subject
(ii) 2 subjects
(iii) 3 subjects
(iv) 4 subjects
(v) 5 subjects

∴ Total no. of ways in which he can fail

$= {}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5$

$= {}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_2 + {}^5C_1 + {}^5C_5$

$= (5 + 10 + 10 + 5 + 1)$ $\left\{ \because {}^nC_r = {}^nC_{n-r} \right\}$

$= 31.$

Q. Determine the no. of 5-card combinations out of a deck of 52 cards if there is exactly one ace in each combination.

Ans: ∵ There are 1 ace card in each of the deck.

No. of ways of selecting 1 ace out of 4 aces

$= {}^4C_1 = 4$

No. of ways of selecting 4 cards out of remaining 48.

$= {}^{48}C_4 = \frac{48 \times 47 \times 46 \times 45}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$

$= 194580$

Hence,

Required no. of combinations

$= 194580 \times 4$

$= 778320$

classmate
Date
Page

Q. In how many ways can one select a cricket team of eleven from 17 players in which only 5 players can bowl, if each cricket team of 11 must include exactly 4 bowlers?

Ans: No. of ways of selecting 4 bowlers out of 5.

$$= {}^5C_4 = {}^5C_{(5-4)} = {}^5C_1 = 5.$$

No. of ways of selecting 7 batsmen out of 12.

$$= {}^{12}C_7 = {}^{12}C_{12-7} = {}^{12}C_5$$

$$= \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= 66 \times 12$$
$$= 792$$

Hence,

The no. of ways of selecting the team $= (5 \times 792) = 3960$ ways.

Q. A committee of 12 persons is to be formed from 9 women and 8 men. In how many ways can this be done if at least 5 women have to be included in a commitee? In how many ~~ways~~ of these committes are
(a) the women in majority?
(b) the men in majority?

Ans: देखो 9 women & 8 men है
अगर मुझे एक comittee form करना है जिसमे कम से कम 5 women होनी चाहिए, हम इसे ऐसे choose करेंगे :-

(i) 5 women and 7 men (or)
(ii) 6 women and 6 men (or)
(iii) 7 women and 5 men (or)
(iv) 8 women and 4 men (or)
(v) 9 women and 3 men

(P.T.O.)

Hence,

The total no. of ways of forming the committee

$= ({}^9C_5 \times {}^8C_7) + ({}^9C_6 \times {}^8C_6) + ({}^9C_7 \times {}^8C_5) + ({}^9C_8 \times {}^8C_4) + ({}^9C_9 \times {}^8C_3)$

$= 1008 + 2352 + 2016 + 630 + 56$

$= 6062.$

(a) साफ है कि women majority में है (iii), (iv) & (v) cases में।

इसलिए, the number of committees in which the women are in majority

$= ({}^9C_7 \times {}^8C_5) + ({}^9C_8 \times {}^8C_4) + ({}^9C_9 \times {}^8C_3)$

$= ({}^9C_2 \times {}^8C_3) + ({}^9C_1 \times {}^8C_4) + (1 \times {}^8C_3)$

$= 2016 + 630 + 56 = 2702$

(b) ज्ञात है कि,
the men are in majority in (i) only.

<u>इसलिए,</u>

No. of committees in which the men are in majority

$= ({}^9C_5 \times {}^8C_7)$

$= {}^9C_4 \times {}^8C_1$

$= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 8$

$= 1008$.

(P.T.O.)

classmate

Date

Page

Q. In a village, there are 87 families of which 52 families have at most 2 children. In a rural development programme, 20 families are to be chosen for assistance, of which at least 18 families must have at most 2 children. In how many ways can the choice be made?

Sol: यह दिया है कि 52 families के पास ज्यादा से ज्यादा 2 children हैं। यानी (87-52) = 35 families के पास 2 से ज्यादा children हैं।

हम 20 families select करनी हैं जिसमें कि कम से कम 18 families के पास ज्यादा से ज्यादा 2 children हैं। selection ऐसे होगा :—

(i) 18 families out of 52 and 2 families out of 35

or (ii) 19 families out of 52 and 1 family out of 35

or (iii) 20 families out of 52.

80,

the number of ways in which these choices can be made.

$= ({}^{52}C_{18} \times {}^{35}C_{2}) + ({}^{52}C_{19} \times {}^{35}C_{1}) + ({}^{52}C_{20})$.

Q. Find the number of ways in which a committee of 2 teachers and 3 students can be formed out of 10 teachers and 20 students. In how many of these committees

(i) a particular teacher is included?
(ii) a particular student is included?
(iii) a particular student is excluded?

Ans:

No. of ways of forming a committee of 2 teachers and 3 students

$= ({}^{10}C_2 \times {}^{20}C_3)$

(i) No. of committes in which a particular teacher is included

अब क्योंकी एक टीचर पहले से included है तो बचा 9 टीचर उसमे से select करना है 1 क्योंकी 1 तो already selected है।

(P.T.O.)

∴ (i) No. of committees in which a particular teacher is included

$= {}^{9}C_1 \times {}^{20}C_3$.

(ii) No. of committees in which a particular student is included

अब क्योंकि एक student always include करना है इसलिए बचे 19 students है ये मे हमे दो बच्चे select करना है

∴ No. of committees in which a particular student is included

$= {}^{10}C_2 \times {}^{19}C_2$

(P.T.O.)

classmate
Date
Page

(iii) a particular student is excluded
तो इस case मे हमें एक student को हमेसा नहीं लेना है इसलिए,

$$= {}^{10}C_2 \times {}^{19}C_3$$

Q. How many different products can be obtained by multiplying two or more of the numbers 3, 5, 7, 11 without repetition?

Ans: देखो भाई product के लिए at least two numbers होने चाहिए यह बात हमें बहुत अच्छे से है मालूम
अब यहाँ हमारे पास 4 digits है इसलिए product इस प्रकार होंगे :-

| taking 2 no.s | taking 3 no.s | taking 4 no.s |
|---|---|---|
| तो चार no. मे से 2 को select करना। | तो तीन no. मे से 3 को select करना। | तो चार no. मे से चार को select करना। |
| ${}^4C_2$ | ${}^4C_3$ | ${}^4C_4$ |

∴ Total no. of different products can be obtained by multiplying two or more of the members 3, 5, 7, 11

$= {}^4C_2 + {}^4C_3 + {}^4C_4$

$= 6 + 4 + 1$

$= 11$.

Q. How many different selections of 4 books can be made from 10 different books, if

(i) there is no restriction?

(ii) two particular books are always selected?

(iii) two particular books are never selected?

(P. T. O.)

classmate

Date

Page

(i) जब कोई restriction नहीं है तब 4 book 10 में से choose करना है

$= {}^{10}C_4 = \frac{10!}{6! \cdot 4!}$

(ii) जब दो book हमेशा choose करना है तो अब समझो की 2 book always selected है इसलिए अब हमको सिर्फ 2 book select करना है बचे हुए 8 books में से

$= {}^{8}C_2$

(iii) जब दो books हमेशा select नहीं करे तो अब बचे 8 books में से ही 4 book को choose करना है

$= {}^{8}C_4$

Q. A sports team of 11 students is to be constituted, choosing at least 5 from class XI and at least 5 from class XII. If there are 20 students in each of these classes, in how many ways can the team be constituted?

Ans:

| Class XI | Class XII |
|---|---|
| 20 students | 20 students |

अब हमको sports team बनाना है जो 11 students से बना हो यह कहीं ऐसे की 5 कम से कम बच्चा दोनों class का होना चाहिए तो दो तरीको से होगा

Case I: जब class XI से 6 बच्चे को select करें, और XII से 5 बच्चे को select करें।

$^{20}C_6 \times {}^{20}C_5$.

**Case II** जब class XI से 5 बच्चे को select करे और XII से 6 बच्चे को select करे।

**Hence** Total no. of ways in which team be constituted

$= {}^{20}C_5 \times {}^{20}C_6 + {}^{20}C_6 \times {}^{20}C_5$

$= 2 \cdot {}^{20}C_5 \times {}^{20}C_6$

# Mixed Problems on Permutations and Combinations

Q. Out of 7 consonants and 4 vowels, how many words of 3 consonants and 2 vowels can be formed?

Ans: देखो, हमको question मे यह बोला है कि 7 consonants और 4 vowels मे से हम कितने words बना सकते हैं जिसमे तीन consonant हो और 2 vowel हो।

तो अब समझना कि हम को word बनाने के लिए दो काम करना पड़ेगा :—

(i) 7 consonants मे से तीन consonants को select करना &

4 vowels मे से 2 consonants को select करना।

classmate
Date
Page

(ii) Select किए 5 letters को आपस मे arrange करना

तो,

Total no. of ways of choosing (3 consonants out of 7) and (2 vowels out of 4)

$= ({}^7C_3 \times {}^4C_2) = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1}$

$= 210.$

~~= 210~~

No. of ~~words~~ groups each containing 3 consonants and 2 vowels

= 210.

∵ each group contains 5 letters.

∴ No. of ways of arranging 5 letters amongst themselves.

$= 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 120$

Hence,

The required no. of words

$= 210 \times 120$

$= 25200$ words

Q. The english alphabet has 21 consonants and 5 vowels. How many words with two different consonants and two different vowels can be formed from the alphabet?

Ans: question बोलता है कि तुम्हें दिए गए 5 vowels और 21 consonants से कितने words बना के दे सकते हो कि उसमें 2 अलग-अलग consonants हों और 2 अलग-अलग vowels हों

तो final answer के लिए 2 काम करना पड़ेगा :—

(P.T.O.)

classmate
Date
Page

(i) selection of two different consonants out of 21 consonants **and** selection of two different vowels out of 5 vowels.

(ii) arranging the 4 selected letters amongst themselves.

Total no. of ways of choosing (2 consonants out of 21) and (2 vowels out of 5).

$= {}^{21}C_2 \times {}^{5}C_2 = 2100$

No. of groups, each containing 2 consonants and 2 vowels
$= 2100$

each group contains 4 letters.

No. of ways of arranging 4 letters amongst themselves
$= 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Date
Page

**Hence,**

Required no. of words

$= 2100 \times 24$

$= 50400$

Q. How many words with or without meaning, each of 2 vowels and 3 consonants can be formed from the letters of the word 'DAUGHTER'?

**Ans:** इस question मे बोला है कि तुम 'DAUGHTER' word मे से कितना words with / without meaning बना सकते है जिसमे 2 vowels हो और 3 consonants हो।

DAUGHTER शब्द मे :-

vowels ← (A, U, E)

(D, G, H, T, R) → consonants

classmate
Date
Page

अब देखो, total no. of words निकालने के लिए हमको दो काम करना है :-

(i) selection of 2 vowels out of 3 available vowels and selection of 3 consonants out of 5 available vowels.

(ii) arranging the 5 selected letters amongst themselves.

Total number of ways of choosing (2 vowels out of 3) and (3 consonants out of 5)

$$= \left({}^3C_2 \times {}^5C_3\right) = {}^3C_1 \times {}^5C_2$$

$$= 3 \times \frac{5 \times \cancel{4}^{2}}{\cancel{2} \times 1} = 30$$

No. of groups, each containing 2 vowels and 3 consonants
= 30

Each group contains 5 letters.

No. of ways of arranging 5 letters amongst themselves

$= 5! = (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$
$= 120.$

Hence,

Required no. of words
$= 30 \times 120$
$= 3600$

Q. How many words with or without meaning, can be formed using all the letters of the word 'EQUATION' at a time so that vowels and consonants occur together?

(P.T.O.)

Ans:

5 vowels ← (E U A I O)          (Q O N) → 3 consonants

Total no. of words बताने के लिए हम को दो काम करना पड़ेगा :-

(i) ~~selection of~~ arrangement of 5 vowels amongst themselves (and) arrangement of 3 consonants amongst themselves.

(ii) Considering all vowels as 1 letter and all consonants as 1 letter, arranging these two packets.

दिए गए word 'EQUATION' में 5 vowels और 3 consonants हैं

सभी vowels एक साथ रखे जाएंगे = 5! ways

सभी consonants एक साथ रखे जाएंगे = 3! ways

मान लिया सभी vowels को वह एक letter है और सभी consonants को को वह एक letter है इसलिए vowels and consonants can be arranged in 2! ways

∴ required no. of words

$= (5!) \times (3!) \times (2!)$

$= 1440$

Q In how many ways can 5 girls and 3 boys be seated in a row so that no two boys are together?

classmate
Date
Page

Ans: क्योंकी कोई भी दो boys साथ मे नही आने चाहिए इसलिए 5 girls को नीचे दिखाए way मे arrange कर दे :-

X G X G X G X G X G X

G → denotes the position of a girl
X → denotes the position of a boy

ये girls 5 places मे 5! ways मे arrange करे

अब; 3 boys को 6 places में बैठाएंगे, each marked X

No. of ways of seating 3 boys at 6 places

$= {}^6P_3$

∴ required no. of ways

$= (5!) \times {}^6P_3 = 14400$

Q. Out of 12 consonants and 5 vowels, how many words, each containing 3 consonants and 2 vowels, can be formed?

Ans: हमे words बनाना है जिसमें 3 consonants और 2 vowels हो जिसको 12 consonants और 5 vowels से बनाना है

तो, total no. of words बनाने के लिए दो काम करना परेगा :-

(i) 3 consonants out of 12 consonants को select करना (and) 2 vowels out of 5 vowels को sect करना

(ii) चुने हुए 8 letters को आपस मे arrange करना

classmate
Date
Page

No. of ways of selecting 3 consonants out of given 12 consonants.

$= {}^{12}C_3$

No. of ways of selecting 5 vowels out of given 5 consonants

$= {}^{5}C_2$

No. of ways of arranging 5 letters amongst themselves.

$= (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 5!$

∴ Total no. of words containing 3 consonants and 2 vowels

$= {}^{12}C_3 \times {}^{5}C_2 \times 5!$

$= \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$

$= 264{,}000$

Q. How many words, each of 3 vowels and 2 consonants, can be formed from the letters of the word 'INVOLUTE'?

Ans: letter 'INVOLUTE' मे

4 vowels {I, O, U, E}

{N, V, L, T} = 4 consonants

देखो अब question मे हमको निकालना है कि कितना words जिसमे 2 consonants हो और 3 vowels हो बन सकता है। word 'INVOLUTE' से।

तो total no. of words बनाने के लिए दो काम करना पड़ेगा :-

(i) 3 vowels out of 4 vowels को select करना (and) 2 consonants out of 4 consonants को select करना

classmate

Date

Page

(ii.) 5 selected letters को खुद मे arrange करना।

$= 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$.

No. of ways of selecting 3 vowels out of 4 vowels

$= {}^4C_3$.

No. of ways of selecting 2 consonants out of 4 consonants

$= {}^4C_2$.

∴ Required no. of words

$= {}^4C_3 \times {}^4C_2 \times 5!$

$= \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 64 \times 45$

$= 2880$ words

Q. The english alphabet has 21 consonants and 5 vowels. How many words with two different consonants and three different vowels can be formed from the alphabet?

Ans:

Total no. of words निकालने के लिए हम को दो काम करना पड़ेगा।

(i) 5 vowels में से 3 vowels को select करना and 21 consonants में से 2 consonants को select करना

(ii) चुने हुए 5 letters को आपस में arrange करना।

(P.T.O.)

classmate
Date
Page

No. of ways of selecting 3 vowels out of 5 vowels

$= {}^{5}C_{3}$

No. of ways of selecting 2 consonants out of 21 consonants

$= {}^{21}C_{2}$

No. of ways of arranging 5 words amongst themselves

$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5!$

Hence

Total no. of words (ways) ~~in~~ which can be formed using 2 different consonants and three different vowels.

$= {}^{5}C_{3} \times {}^{21}C_{2} \times 5!$

$= \frac{5 \times \cancel{4}^{2} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} \times \frac{21 \times \cancel{20}^{10}}{\cancel{2} \times 1} \times (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$

= 252000

Q. In how many ways can 4 girls and 3 boys be seated in a row so that no two boys are together?

Ans: क्योंकि कोई भी दो boys साथ मे नही आने चाहिए इसलिए

4 girls को नीचे दिखाए गए way मे arrange कर दे:-

X G X G X G X G X

G → denotes the position of a girl
X → denotes position of a boy.

ये 4 girls को 4 places मे 4! ways मे arrange करो।

classmate
Date
Page

अब ; 3 boys को 5 places में बैठाएंगे , each marked X.

No. of ways of seating 3 boys at 5 places

$= {}^5P_3$

∴ required no. of ways

$= 4! \times {}^5P_3$

$= (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (5 \times 4 \times 3)$

$=$

# Total Combinations

★ **Number of ways of selecting one or more objects from 'n' different objects**

↳ इसका मतलब मेरे पास n different object है, इसका मतलब एक भी select कर सकता हूँ (or) two भी select कर सकता हूँ (or) 3 ... (or) upto n objects.

for example i have 10 different objects.
In how many ways i can select one or more out of these ten objects.
"one or more" का मतलब है one obj. select कर सकता हूँ (or) ~~three~~ two (or) three (or) four (or) five (or) six (or) seven (or) eight (or) nine (or) ten.

10 different objects

$= {}^{10}C_1 + {}^{10}C_2 + {}^{10}C_3 + {}^{10}C_4 + {}^{10}C_5 + {}^{10}C_6 + {}^{10}C_7 + {}^{10}C_8 + {}^{10}C_9 + {}^{10}C_{10}$

$= \sum_{r=1}^{n} {}^{n}C_r$

or it can also be written

$= (2^n - 1)$

अब बड़ा सवाल भैया आपने उपर वाला $(2^n - 1)$ होगा यह कैसे लाया तो देखो एक example :-

e.g.: there are 4 different objects

Total Comb.ⁿˢ $= {}^{4}C_1 + {}^{4}C_2 + {}^{4}C_3 + {}^{4}C_4$

$= 4 + 6 + 4 + 1$

$= 15$

Date
Page

अब देखो 4 different object का total combination आया = '15'

अब इसी को अगर हम ऐसे लिखें तो :-

$= 2^4 - 1$ {तो 15 हो आएगा}

अभी हमने ऊपर $(2^n - 1)$ formulae की validity देखी की Manually निकाला हुआ answer और इस formulae को use कर के जो answer आया वह equal हुआ या नहीं

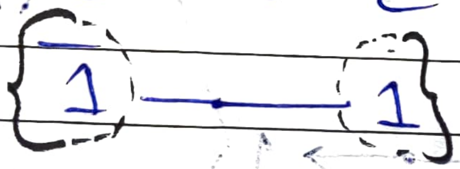
अब logic इस formulae का समझने के लिए हम इसे tree diagram में लिखेंगे

इस corresponding situation का tree diagram में draw कर रहा हूँ।

तो मान लिजिए i have 4 objects; i can select 1 object (or) 2 objects (or) 3 objects (or) 4 objects

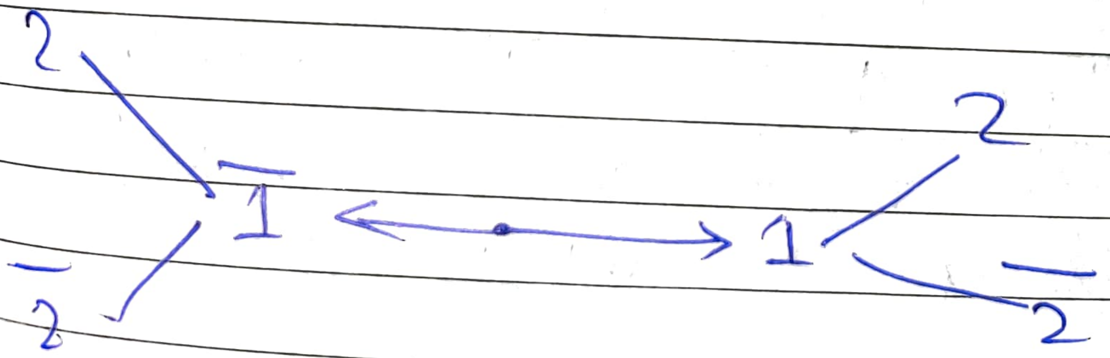
तो पहला object के लिए first object मे ले भी सकता हूं या छोड़ भी सकता हूं, if you take a selection तो first object हो भी सकता है या नहीं भी हो सकता

1 नहीं भी हो सकता है

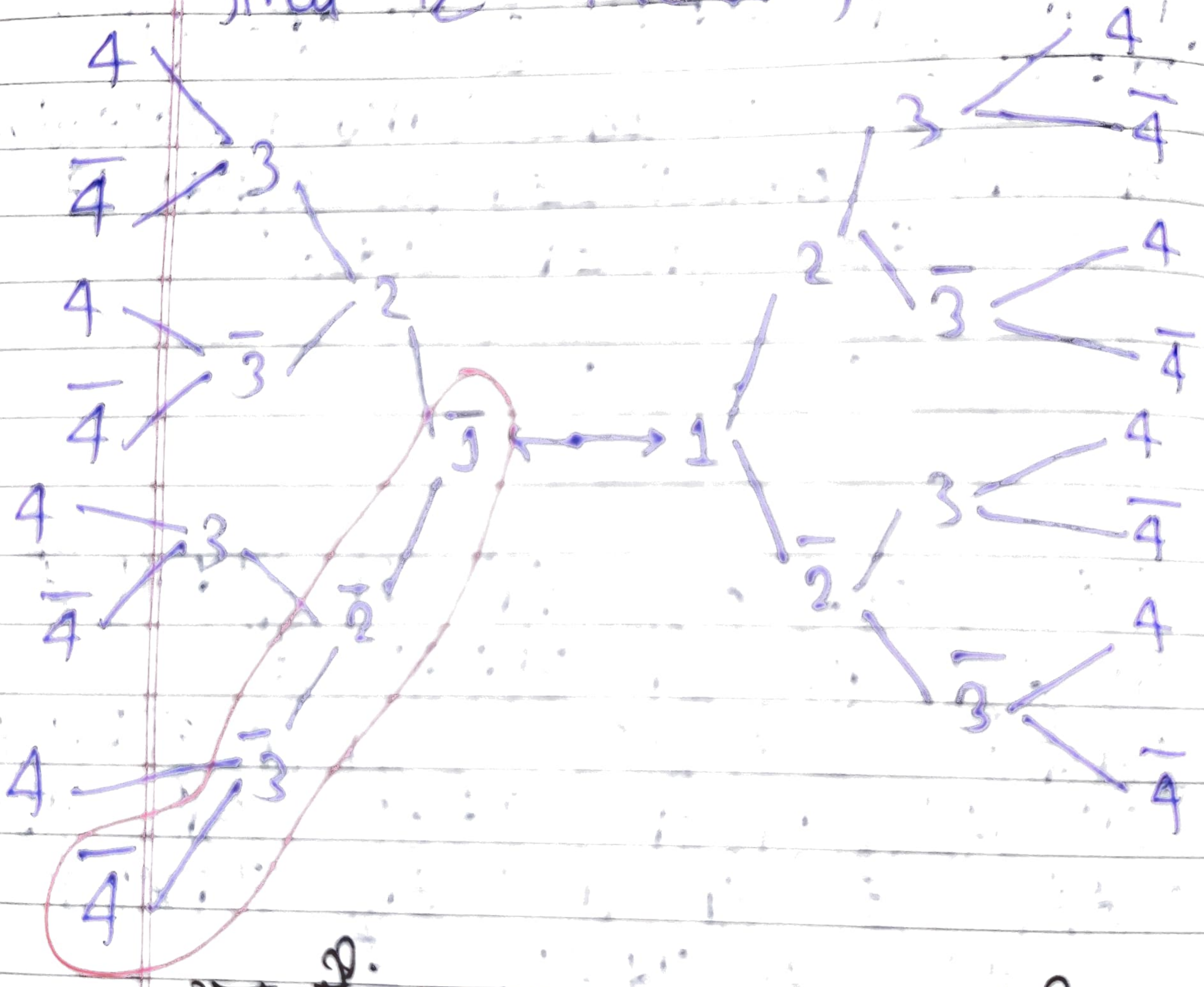



1 हो भी सकता है

अब second object भी हो सकता है या नहीं भी हो सकता है इसलिए 1 के साथ 2 हो भी सकता है या नहीं भी हो सकता और अगर 1 नहीं है तो भी 2 हो सकता है या नहीं हो सकता है



वैसे ही तीसरा और चौथा Object मे काम करते हुए हम final यह tree diagram पाएँ:




अब मैं इस tree diagram की मदद से वह सारे selection लिख देता हूँ जो 4 distinct objects के possible होंगे :-

(1) 1 2 3 4 → चारों selected
(2) 1 2 3 $\bar{4}$ → 1, 2, & 3 selected
(3) 1 2 $\bar{3}$ 4 → 1, 2, & 4 selected
(4) 1 2 $\bar{3}$ $\bar{4}$ → 1 & 2, selected
(5) 1 $\bar{2}$ 3 4 → 1, 3 & 4 selected
(6) 1 $\bar{2}$ 3 $\bar{4}$ → 1 & 3 selected
(7) 1 $\bar{2}$ $\bar{3}$ 4 → 1 & 4 selected
(8) 1 $\bar{2}$ $\bar{3}$ $\bar{4}$ → 1 selected
(9) $\bar{1}$ 2 3 4 → 2, 3 & 4 selected
(10) $\bar{1}$ 2 3 $\bar{4}$ → 2 & 3 selected
(11) $\bar{1}$ 2 $\bar{3}$ 4 → 2 & 4 selected
(12) $\bar{1}$ 2 $\bar{3}$ $\bar{4}$ → 2 selected
(13) $\bar{1}$ $\bar{2}$ 3 4 → 3 & 4 selected
(14) $\bar{1}$ $\bar{2}$ 3 $\bar{4}$ → 3 selected
(15) $\bar{1}$ $\bar{2}$ $\bar{3}$ 4 → 4 selected
(16). $\bar{1}$ $\bar{2}$ $\bar{3}$ $\bar{4}$ → no one selected

Out of 16 selections there is one selection i.e the 16th selection where no objects is getting selected, लेकिन हमने heading दिया है no. of ways of selecting one or more objects, मतलब atleast one तो लेना पड़ेगा SQ

This one branch corresponds to no selection इसलिए minus one किया

$$\left(2^n - 1\right)$$

Hence,

No. of ways of selecting one or more objects from 'n' diff. objs.

$$= {}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3 + \dots\dots + {}^nC_n$$

$$= \sum_{r=1}^{n} {}^nC_r$$

$$= \left(2^n - 1\right)$$

## Combinations when all Objects are not different

For example:
you have 5 A's (AAAAA) ; in how many ways can you choose 1 A ?
तो answer है 1 way
मान लो we have 10A's (AAAAAAAAAA) ; in how many ways can you choose 1 A out of 10 A's?
तो answer है 1 way.
so,
if you have 'n' identical objects then no. of ways of selecting 1 identical object out of 'n' identical object is '1.'

अब question है कि no. of ways in which two ways can be selected?
तो फिर answer है 1 way.
इसी प्रकार कुछ है अभी भी समझ में नहीं आया तो ऐसे समझो मान

ऐसा बोला की shop मे जाके
आप दो coffee bite लाइए तो
तुम shop मे गए तो obviously
shop मे दो नही होगा पूरा
डब्बा मे होगा तो दो ले के
आए तुम, मैंने बोला यह
इनका wrapper का colour
printing सही से नही है इसलिए
यह मुझे पसंद नही आया
इसलिए दूसरा दो लेकर
आइए।

अब तुम गए और फिर दो लेकर
आए, अब मुझे यह कैसे पता
चलेगा की आप असली
मे जाकर change करके आए
या उसी को वापस दिखा
रहे है is there any way
in which i can find out
नही है ना
मतलब सब same है b/w all
chocolates are identical.

Hence,

No. of ways
n of the
identical

अब देखो
[illegible] पास

अब question
many ways
[illegible]
out of n

तो देखो इस
5 होगा [illegible]
कर सकते [illegible]
और हर [illegible]
के लिए एक

Hence,

No of wa[illegible]
objects [illegible]

Hence,

# No. of ways of selecting any no. of objects out of 'n' identical objects = 1

अब देखो
तुम्हारे पास 5A's है (AAAAA)
अब question है मेरा की in how many ways in which one or more objects can be selected out of n given objects
तो देखो इस बार 1 नहीं बल्कि 5 होगा answer क्योंकी 1 भी select कर सकते or 2 or 3 or 4 or 5
और हर object को select करने के लिए एक ही रास्ता है

Hence,

~~No. of ways of selecting~~ in which one or more objects ~~can~~ be ~~selection~~ selected = 'n'

Hence,

No. of ways in which one or more objects can be selected
$= n$

अब question है same previous example में की no. of ways in which zero or more objects can be selected इसमें तो one or more वाले answer में 1 add कर देंगे क्योंकि इसमें no selection भी ok है वही तो tree diagram में 16th selection आया था।

Hence

No. of ways in which zero or more objects can be selected
$= n+1$

classmate
Date
Page

* No. of ways of selecting ~~zero~~ one or more objects when there are various group of objects where each group having similar kind of objects

example के लिए मान लो कि तुम्हारे पास एक box है उसमें 5 Mango bite chocolate है, 4 cofee bite chocolate है, 6 alpenlibe chocolate है, 7 hajmola है तो अब question है in how many ways you can select one or more objects chocolates out of this box.

इसमें the thing that you need to understand is ये 5 Mango bites आपस में same है; 4 coffee bites are identical है; 6 alpenlibe are identical है & 7 hajmolas identical है

लेकिन but 5 M.B is different from 4 cofee bites; 4 cofee bites different from 6 alpenlibe and so on.....

So there are 22 chocolates in total but ~~the~~ problem is all the 22 chocolates are not different अगर मान लिए सारे 22 chocolates different है then no. of ways of selection of one or more objects is $(2^{22}-1)$ क्योंकि no. of total combinations of one or more objects $= (2^n - 1)$ लेकिन सारे 22 objects different नहीं है

Now,

Total no. of ways of selecting one or more chocolates

=

इस question को क्या करते है directly analysis करने के place में हम इसको एक mathematical problem में convert किया; so we have converted into this in a array problem

I take an array of 4 numbers

जब मैं यह chocolate box class के अंदर ले के आया तो मेरे box के अंदर Mango bite section में 5 हैं; coffee bite section में 4 हैं; alpenlibe section में 6 हैं & Hajmola section में 7 हैं।

~~मान~~

| MB | CB | AB | H |
|---|---|---|---|
| 5 | 4 | 6 | 7 |

मान लिजिए i have taken some no. of chocolates; obviously the difference will be the number of chocolates so mostly क्या है you just need to calculate once i selected the chocolates after that इस array के अंदर क्या क्या no's हो सकता है।

| MB | CB | AB | H |
|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 6 | × 5 | × 7 | × 8 |

Date
Page

## Mango bite section

एक M.B. select कर सकता।
या 2 M.B. select कर सकता।
या 3 M.B. select कर सकता
या 4 M.B. select कर सकता।
या 5 M.B. select कर सकता
या 0 M.B. select कर सकता।

इस तरह से हम Mango bite select कर सकते हैं

So 6 ways से M.B. select कर सकता हूँ

## Coffee bite section

Zero C.B. select करें Or
One C.B. select करें Or
three C.B. ——— Or
four C.B. ——— Or
five C.B. ——— Or
~~six C.B.~~ ——— Or

So 5 ways में मैं coffee bite को select कर सकता हूँ

classmate
Date
Page

## Alpenlibe section

| | |
|---|---|
| 0 selection (or) | 5 selection (or) |
| 1 selection (or) | 6 selection (or) |
| 2 selection (or) | |
| 3 selection (or) | |
| 4 selection (or) | |

So, total 7 ways में alpenlibe select कर सकता हूँ

## Hajmola section

| | |
|---|---|
| 0 selection (or) | 4 selection (or) |
| 1 selection (or) | 5 selection (or) |
| 2 selection (or) | 6 selection (or) |
| 3 selection (or) | 7 selection |

So, total 8 ways में Hajmola select कर सकता हूँ

So, total ways in which this array can be filled

$$= (6 \times 5 \times 7 \times 8) - 1$$

यह एक 1 इसलिए Minus किया क्योंकि हम one or more selection की बात कर रहे हैं और हर section के लिए हम no selection या zero selection को भी consider किए हैं इसलिए एक condn ऐसी होगा की array के चारो column में ~~row में~~ zero होगा जिसका मतलब है no chocolates selected from the box.

जब zero selection allowed है तब minus one करने का जरूरत नहीं

(P.T.O.)

classmate

Date
Page

अब इसका formulae क्या होगा?

If there are
m identical things of type-1
n identical things of type-2
p identical things of type-3
q identical things of type-4

So now what is the ways of selecting one or more objects out of these objects:

तो answer होगा

$$=(m+1)(p+1)(q+1)(n+1)-1$$

क्योंकि पिछले example में हमने यह साथ देखा कि 5 M.B को select करने के 6 यानी (5+1) ways; 4 C.B. को select करने के 5 यानी (4+1) ways; 6 A.B. को select करने के 7 यानी (6+1) ways & 7 Hajmola को select करने के 8 यानी (7+1) ways.

★ No. of ways of selecting one or more objects when there various objects each having only one quantity.

मुझे से कि मान लिया कि एक box में 1 Cadbury bar है, 1 Snickers bar है, 1 Kit-Kat है & 1 five Star है।

तो अब हमको find out करना total no. of ways of selecting one or more objects

| | | | |
|---|---|---|---|
| Cadbury | Snicker | Kit-Kat | Star |

अब देखो पिछली बार कि तरह हम इस प्रकार भी array बनाए और अब देखो

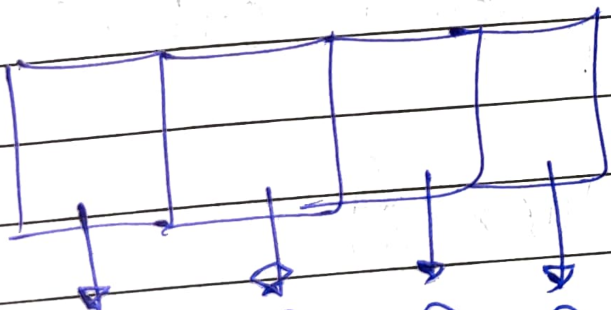
Date
Page

Cadbury को select करने के दो way
या तो select करेंगे या नहीं करेंगे।

Snickers को select करने के दो way
या तो select करेंगे या नहीं करेंगे।

Kit-Kat को select करने के दो way
या तो select करेंगे या नहीं करेंगे।

5-star को select करने के दो way
या तो select करेंगे या नहीं करेंगे।



2 2 2 2

$$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) - 1$$

* अगर zero or more है तो 1 Minus
नहीं करेंगे।

अब इसका formulae क्या होगा?

If there are

total 'm' objects of diff type
- a type — 1 obj
- b type — 1 obj
- c type — 1 obj
- m type — 1 obj

so now what is the no of ways of selecting one or more objects out of these objects

तो answer होगा

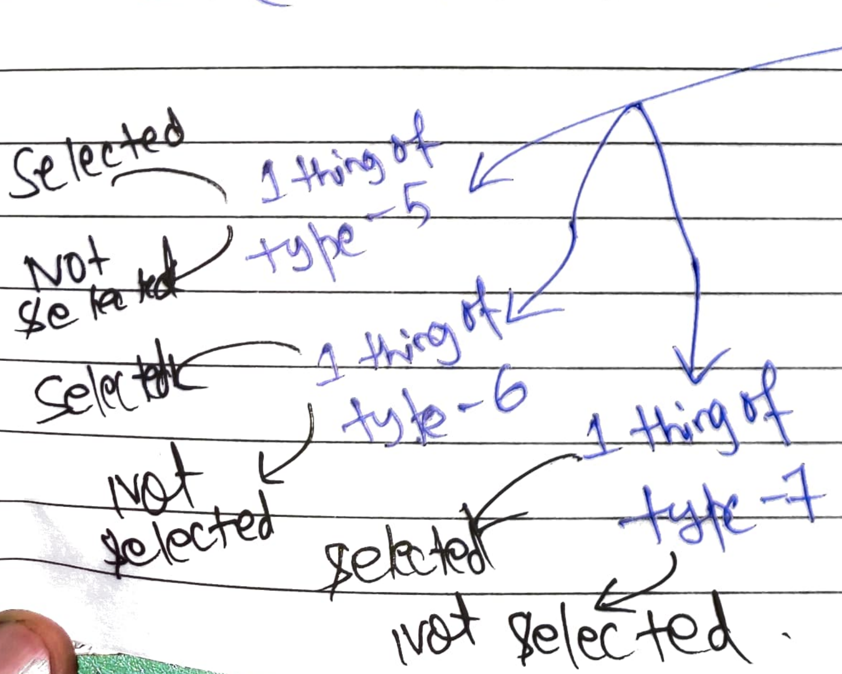
$$= 2^m - 1$$

where m is objects of different type

Now combinedly we can say

If there are

m identical things of type-1
n identical things of type-2
p identical things of type-3
q identical things of type-4
1 thing of type-5
1 thing of type-6
1 thing of type-7

∴ No. of ways of selecting one or more objects

$$= (m+1)(n+1)(p+1)(q+1)2^3 - 1$$